DOUGLAS ANTONIO BASSANI

SOBRE A CONCEPÇÃO OPERACIONAL DE SIGNIFICADO

Tese de Doutorado apresentada ao Departamento de Filosofia do Instituto de Filosofia e Ciências Humanas da Universidade Estadual de Campinas sob orientação do Prof. Dr. Jairo José da Silva.

Este exemplar corresponde à redação final da Tese defendida e aprovada pela comissão julgadora em 22/02/2008

BANCA

Prof. Dr. Jairo José da Silva (orientador)

Prof. Dr. Abel Lassalle Casanave

Prof. Dr. Osvaldo Frota Pessoa Júnior

Prof. Dr. Jorge Alberto Molina

Profª. Drª. Ítala Loffredo D'Ottaviano

Prof. Dr. José Raymundo Novaes Chiappin (suplente)

Prof. Dr. José Carlos Pinto de Oliveira (suplente)

Prof. Dr. Jézio Hernani Bomfim Gutierre (suplente)

Fevereiro / 2008

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DO IFCH - UNICAMP

Bassani, Douglas Antonio
B293s Sobre a concepção operacional de significado / Douglas Antonio Bassani. - Campinas, SP : [s. n.], 2008.

Orientador: Jairo José da Silva.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas.

1. Significação (Filosofia). 2. Operacionalismo. 3. Física – Filosofia. 4. Ciência – Filosofia. I. Silva, Jairo José da. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Filosofia e Ciências Humanas. III.Título.

crl/ifch

Título em inglês: On the operational conception of meaning.

Palavras chaves em inglês (keywords) :
Meaning (Philosophy)
Operationalism
Physics – Philosophy
Science - Philosophy

Área de Concentração: Filosofia

Titulação: Doutor em Filosofia

Banca examinadora: **Jairo José da Silva, Abel Lassalle Casanave, Osvaldo Frota Pessoa Júnior, Jorge Alberto Molina, Ítala Maria Loffredo D'Ottaviano.**

Data da defesa: 22-02-2008

Programa de Pós-Graduação: Filosofia

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Universidade Estadual do Oeste do Paraná, em particular, ao Programa de Capacitação Docente e ao Colegiado de Filosofia por me conceder afastamento integral para cursar o Doutorado.

A alguns professores que contribuíram para minha formação: Abel Lassalle Casanave, Wagner Sanz, Jorge Molina e, meu orientador, Jairo José da Silva.

A alguns colegas de Doutorado pelas tardes de estudo: Paulo Petrillo, Eleonoura Enoque, Tomás Barrero e Juliana Bueno.

A minha sempre companheira Cléria pelo apoio e carinho.

Dedico aos meus pais Domingas e Antonio

RESUMO

Este trabalho visa apresentar e analisar os fundamentos da concepção operacional de significado proposta por P. W. Bridgman (1881-1965). Começo com o operacionalismo na Física, onde se originou, como tentativa de solução de problemas nos fundamentos. Trato da questão da consistência com a experiência dos conceitos, afirmações e teorias da Física. Em seguida, analiso o operacionalismo na Lógica, na Lógica aplicada em contextos físicos e em contextos matemáticos. Apresento o problema do princípio do terceiro excluído e o papel da verificação das afirmações e das verdades nesse contexto. Essas análises explicitam a proximidade do operacionalismo com o intuicionismo de Brouwer em filosofia da matemática. As conseqüências disso e o caráter operacional da matemática serão detalhadamente abordados no trabalho.

ABSTRACT

This paper aims to present and analyze the basis of the operational conception of the meaning proposed by P. W. Bridgman (1881-1965). I begin with the operationalism in Physics, where it was first proposed, as a solution attempt to problems in the foundations. I deal with the question of the consistency with the experience of concepts, affirmations and theories of Physics. Then, I analyze the operationalism in Logic, in the Logic apply in physical contexts and in mathematical contexts. I consider the principle of the excluded middle and the role of the checking of the affirmations and the truths in relation with it. This analysis will render it explicit the proximity of operationalism with Brouwer´s intuitionism in the philosophy of the mathematics. The consequences of operationalistic theses for mathematics and the alleged operational character of mathematics will be discussed in details in this paper.

I suspect that the mathematical paradise which Hilbert claims was opened by Cantor is situated in this domain and that the conditions of entry into this Paradise is willingness to admit paradox.

P. W. Bridgman

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O operacionalismo foi uma concepção muito popular entre os físicos do início do século XX. É até hoje uma concepção defensável nas ciências naturais, especialmente na Física. Bridgman (1882-1961) reconheceu explicitamente em *The Logic of Modern Physics* (1927) que seu operacionalismo não era uma concepção original, mas influenciada por físicos e matemáticos importantes da época como Ernst Mach, Henri Poincaré, Albert Einstein, etc. A originalidade do pensamento de Bridgman é sua proposta de ramificação do operacionalismo para outros campos além da Física, como a Lógica e a Matemática. Tornou-se uma concepção de significado não apenas para afirmações físicas (ou empíricas), mas também para afirmações lógicas e afirmações matemáticas. Analisar a ramificação proposta por Bridgman será um dos objetivos deste trabalho.

Historicamente, as décadas de 1940 e 1950 foram o auge do operacionalismo na física. A maioria dos físicos da época estava convencido de que para conhecer o significado de um conceito empírico era necessário levar a cabo operações físicas de laboratório. Não havia outra forma de fazer isso. Na matemática, o operacionalismo de Bridgman foi pouco explorado, em particular, porque Bridgman normalmente tratou as questões da matemática no contexto das teorias físicas. Apesar disso, algumas conexões importantes com o intuicionismo de Brouwer podem ser percebidas, especialmente no artigo de Bridgman “A Physicist’s Second Reaction to Megenlehre” (1934).

O operacionalismo de Bridgman jamais foi uma concepção acabada. Bridgman foi constantemente aprimorando suas idéias, buscando uma versão cada vez melhor de sua concepção e, ao mesmo tempo, dando uma resposta a algumas críticas dirigidas ao operacionalismo na época. *The Nature of Physical Theory* (1936) e *The Nature of Some of Our Physical Concepts* (1952) foram algumas delas, onde aparece um tratamento das operações físicas e das operações papel-e-caneta, e a conexão entre essas operações (será tratado no Capítulo 1)[1]. Porém, é em *The Way Things Are* (1959) que Bridgman pensou ter dado a versão mais completa da concepção operacional. Além de uma resposta a seus críticos[2], Bridgman dedica boa parte da obra para resolver questões metodológicas.

Foi na análise de Einstein do conceito de simultaneidade em sua teoria da relatividade restrita (1905) que Bridgman teria se convencido da utilidade dos procedimentos operacionais na física. Como salienta Bridgman, na mecânica newtoniana, *simultaneidade* era uma propriedade *absoluta* de dois eventos, portanto, não dependia do observador ou de instrumentos de medida utilizados pelo mesmo. Para Einstein, porém, a simultaneidade pressupõe operações de sincronização de relógios, operações muitas vezes extremamente complexas. O resultado da análise de Einstein foi conceber simultaneidade não como um conceito absoluto (da forma sustentada por Newton), mas como um conceito relativo a operações físicas e também ao observador. Para Bridgman:

> Ao examinar o que ocorre quando dois relógios são comparados, Einstein reconheceu que a propriedade de dois eventos chamada de simultaneidade envolve no processo uma seqüência complicada de operações físicas, as quais não podem ser unicamente especificadas a menos que especifiquemos quem é que está lendo os

[1] Estas duas obras foram reunidas no "*Philosophical Writings of Percy Williams Bridgman*" (1980).
[2] Alguns deles: Hempel, Margenau, G. Bergmann, Lindsay, etc.

relógios. Sabemos que uma conseqüência disso é que diferentes observadores nem sempre conseguem o mesmo resultado, portanto simultaneidade não é uma propriedade absoluta de dois eventos, mas é relativa ao sistema observacional, isto é, ao sistema que faz os passos que constituem as medidas. O que Einstein estava de fato fazendo era investigar o significado de simultaneidade, e estava encontrando-o ao analisar as operações físicas usadas na aplicação do conceito em uma instância concreta qualquer (BRIDGMAN, 1980 [1936], p. 8).

Naturalmente Einstein foi muito além disso, e encontrou precisamente como as operações para julgar simultaneidade mudam quando o observador se movimenta, obtendo expressões quantitativas para o efeito do movimento do observador no tempo relativo de dois eventos (BRIDGMAN, 1927, p. 9).

Para Bridgman, Einstein teria percebido que alguns conceitos considerados "absolutos" não davam o "ar da graça" quando se tentava verificá-los empiricamente, e por isso não deveriam aparecer nas teorias físicas. Os conceitos "absolutos são considerados por Bridgman inconsistentes com a experiência e sua concepção procura evitar o uso de tais conceitos na ciência, permitindo o uso legítimo apenas de conceitos definidos diretamente. Conceitos definidos de outra forma, como definidos pelas propriedades, deveriam ser evitados pelos cientistas, em particular, pelos físicos.

Os exemplos que Bridgman tinha em mente dessa "evitação" são encontrados na teoria da relatividade restrita de Einstein. Por esse motivo, são evidentes algumas aproximações gerais entre o pensamento de Einstein e de Bridgman como: "*Se você quer aprender de um físico teórico algo a respeito dos métodos que ele utiliza eu lhe darei o seguinte conselho: não ouça suas palavras, examine suas realizações*" (EINSTEIN, 1934, p. 163); "*O conceito não existe para o físico até termos a possibilidade de descobrir se ele* *se aplica ou não em um caso atual*[3]". Para Bridgman: "*O que um homem quer dizer por um termo é encontrado observando o que ele faz com ele, não o que ele diz sobre ele*" (BRIDGMAN, 1938, p. 117). "*Nós evidentemente sabemos o que queremos dizer por comprimento se podemos dizer qual é o comprimento de todo e qualquer objeto, e para o físico nada mais é exigido*" (BRIDGMAN, 1927, p. 5).

Na matemática a preocupação de Bridgman era com seus fundamentos, em particular, em como evitar a existência de situações paradoxais na matemática. Para isso, restringiu as definições aceitáveis na matemática, dando preferência aos conceitos definidos direta ou indiretamente. Deu importância ao papel da verificação na matemática, adotando uma concepção construtivista em filosofia da matemática que se aproxima, em alguns aspectos, com o intuicionismo de Brouwer (essa aproximação acredito ser totalmente inédita do ponto de vista acadêmico). Bridgman criticou também uma prova muito comum e importante na matemática, o método da diagonal de Cantor, por razões construtivas. As conseqüências da prova também são criticadas pelo operacionalismo. Tratarei sobre essas questões no Capítulo 3.

Meu interesse é, fundamentalmente, pela análise filosófica do operacionalismo de Bridgman, preocupando-me com os fundamentos da concepção bridgmaniana em três ramificações interessantes, a saber, na Física, na Lógica e na Matemática. Assim, os temas abordados poderiam interessar não apenas a filósofos, mas também a lógicos e matemáticos.

[3] Citação feita por Bridgman, 1949, p. 335, da obra de Einstein, *Relativity*, 1920.

O trabalho está dividido em três partes, originando os três capítulos seguintes. No primeiro deles analiso o operacionalismo na física, apresentando as operações físicas (ou instrumentais) e as operações papel-e-caneta, bem como a conexão parcial entre elas. No segundo capítulo abordo o operacionalismo na lógica aplicada em contextos físicos e em contextos matemáticos. Verifico o caso especial do princípio do terceiro excluído nesses contextos. No terceiro capítulo aproximo o operacionalismo de Bridgman do intuicionismo de Brouwer através da concepção de significado comum a ambos. Apresento também algumas conseqüências disso para a matemática.

CAPÍTULO 1

OPERACIONALISMO NA FÍSICA

Resumo:

Neste capítulo analiso o operacionalismo como uma concepção de significado às afirmações científicas. Na primeira seção abordo a relação de correspondência *parcial* entre operações físicas e papel-e-caneta. Apresento o papel da verificação das afirmações científicas contendo ou não termos inobserváveis. Na segunda seção trato sobre os fundamentos filosóficos do operacionalismo e sobre a aproximação do operacionalismo com concepções anti-realistas em filosofia da física. Na terceira seção faço uma exposição e análise de algumas limitações do operacionalismo na física e a forma como Bridgman procurou resolvê-las.

1.1. OPERAÇÕES FÍSICAS E OPERAÇÕES PAPEL-E-CANETA

O operacionalismo de Bridgman é uma concepção de *significado* dos conceitos científicos. O significado dos conceitos é *verificado* quando procedimentos operacionais forem levados a cabo. Operações físicas para os conceitos físicos e operações papel-e-caneta para os conceitos teóricos (como os da lógica ou da matemática). Conceitos físicos como "comprimento", "temperatura", "tempo", etc., são significativos quando operações físicas que utilizam instrumentos físicos como (por ex.) "réguas métricas", "termômetros", "relógios", etc., são levadas a cabo. Conceitos teóricos como "continuidade", "campos elétricos", "campos magnéticos", "função Ψ", etc., adquirem significado através de operações papel-e-caneta regradas. Quando queremos saber se uma determinada magnitude é contínua ou não, nenhuma operação física é apropriada; a aplicabilidade do conceito deve então ser intermediada pelo que Bridgman chama de operações papel-e-caneta, que são, na verdade, operações de cálculo. Os conceitos teóricos são termos criados pelos cientistas, os quais em geral não podem ser obtidos por operações físicas. Para Bridgman:

> Em geral, entendemos por qualquer conceito nada mais que um conjunto de operações; *o conceito é sinônimo do correspondente conjunto de operações*. Se o conceito é físico, como o de comprimento, as operações são operações físicas reais, isto é, aquelas pelas quais o comprimento é medido; se o conceito é mental, como o de continuidade matemática, as operações são mentais, isto é, aquelas pelas quais determinamos se um agregado de magnitudes dado é contínuo (BRIDGMAN, 1927, p. 5).

Em *The Way Things Are* (1959) Bridgman oferece uma caracterização mais geral de sua concepção, a saber, de que os procedimentos operacionais verificam o *uso correto dos termos teóricos*. De acordo com essa caracterização, um termo teórico é usado corretamente quando for verificado por procedimentos operacionais, seja por operações físicas ou por operações papel-e-caneta. Porém, o pano-de-fundo de sua análise é sempre a busca pelo significado dos conceitos científicos. Acredito, portanto, ser mais apropriado dizer que a concepção operacional é uma concepção de significado para conceitos científicos. Em várias passagens Bridgman expõe essa idéia: Duas delas:

> A idéia fundamental de uma análise operacional é bastante simples; isto é, não *sabemos o significado* de um conceito a menos que possamos especificar as operações que foram usadas por nós ou por nossos colegas na aplicação do conceito em uma situação concreta qualquer (BRIDGMAN, 1980 [1952], p. 7).

> Em geral, para *saber o significado* de qualquer termo é suficiente saber quais operações aplicar para verificar em qualquer instância concreta que o termo tenha sido propriamente usado (BRIDGMAN, 1959, p. 56). [*grifos meu*]

As operações físicas normalmente são manipulações de laboratório e, para Bridgman, se diferenciam das operações papel-e-caneta por utilizar instrumentos físicos para os testes. As operações papel-e-caneta não utilizam tais instrumentos, como disse, são operações de cálculo, manipulações simbólicas regradas, sendo esses símbolos matemáticos ou não. Nem todas as operações papel-e-caneta são operações matemáticas para Bridgman, mas todas as operações matemáticas são operações papel-e-caneta. Essas últimas, podem incluir, por exemplo, operações de dedução num sistema lógico. As operações de cálculo são determinadas por regras recursivas da matemática (no caso das operações matemáticas), como do sistema axiomático de Peano (por ex.). Na verdade, a lógica é, para Bridgman, um ramo da matemática, portanto, todas as operações matemáticas são, na verdade, operações lógicas disfarçadas.

Além dessas duas formas de operação, Bridgman reconhece também outro tipo delas, as operações verbais, como quando o cientista faz uma pergunta a si mesmo sobre o que deve ser feito em algumas situações específicas, nos seguintes termos: "*O homem pode fazer experimentos verbais, como perguntar a si próprio 'direi isso e isso nessa e nessa situação?'*" (BRIDGMAN, 1980 [1952], p. 9). Operações verbais parecem ser indagações sobre o significado *lingüístico* de palavras. Na verdade, Bridgman não dá importância a essas operações. Preocupa-se fundamentalmente com as operações físicas (ou instrumentais) e papel-e-caneta, bem como na relação entre elas. Para Bridgman:

> (...) uma observação simples mostra que os físicos proveitosamente empregam conceitos cujos significados não são dados por operações instrumentais de laboratório, e que não podem ser reduzidos a tais operações sem perdas. Aproximadamente todos os conceitos da física teórica ou da matemática são desse caráter como, por exemplo, o de tensão dentro de um corpo elástico sujeito a forças externas, ou a função ψ da mecânica de ondas. (...) Todas as operações não-instrumentais podem ser livremente chamadas de operações "mentais". Entre as várias operações mentais podemos dar atenção especial aos tipos de operações executadas pelo físico teórico em suas manipulações matemáticas e caracterizá-las como operações "papel-e-caneta". (...) Entre as operações papel-e-caneta estão incluídas todas as manipulações com símbolos, sejam ou não símbolos convencionais da matemática. (...) Eventualmente, será suficiente reconhecer somente esses dois tipos de operações, isto é, operações instrumentais e operações papel-e-caneta (BRIDGMAN, 1980 [1952], pp. 8-9).

Creio que o exposto dá uma idéia da natureza das operações físicas e papel-e-caneta. Analisarei a *correspondência* entre elas, uma correspondência concebida apenas como *parcial* do ponto de vista operacional.

Em *The Nature of Physical Theory* (1936) Bridgman tratou a questão. Para ele, as operações físicas são mais *limitadas* do que as operações matemáticas. Uma operação física restringe-se ao que pode ser medido empiricamente, a leituras de dados fornecidos por instrumentos de medida. Uma operação matemática *não* apresenta tal restrição, pois os cálculos da matemática podem facilmente se aplicar a domínios muito além daquilo experienciado por operações físicas. Em particular, uma equação da física teórica poderia representar situações no nível subatômico, nem sempre acessíveis por operações físicas. Cálculos de natureza lógica ou matemática facilmente podem envolver estruturas que não são obtidas por operações físicas. Por exemplo, verificar intervalos de tempo variando entre 10^{-100} e 10^{100} segundos, longe de qualquer possibilidade de experienciação por operações físicas. Equações matemáticas dessa natureza são, para Bridgman, idealizações de estruturas físicas, as quais podem ou não se corresponder com as últimas. Há uma evidente diferença estrutural entre operações papel-e-caneta e instrumentais fatalmente detectada por Bridgman, em particular, pelas primeiras serem menos limitadas que as últimas. A única restrição às operações papel-e-caneta é que elas sejam determinadas por regras, o que impediria, segundo Bridgman, a existência de termos inconsistentes[4]. Diz ele:

> (...) nossa matemática não está construída de tal forma que automaticamente deixa de ser válida no domínio de magnitudes tão pequenas que não têm significado físico. Temos falado sobre o comportamento de modelos matemáticos na região além da verificação direta, por experimento, e em particular na região de coisas muito pequenas para serem medidas (BRIDGMAN, 1980 [1936], p. 97).

> Em primeiro lugar é obvio que as operações matemáticas são diferentes por natureza das operações de laboratório, pelo menos em um aspecto importante. As últimas são sempre sujeitas a certa nebulosidade ou margem de erro, como quando tentamos empurrar nossas leituras ao limite estimando a fração da menor divisão do nosso instrumento. Não há tal nebulosidade na matemática, mas qualquer número pode ser escrito em um número ilimitado de casas decimais (pela repetição de zeros em qualquer caso), muito além da possível precisão de qualquer medida física (BRIDGMAN, 1980 [1952], p. 10).

Com efeito, por esse motivo, a esperada correspondência entre operações físicas e papel-e-caneta pode ser apenas *parcial*, jamais total, de acordo com Bridgman. A diferença estrutural revela a natureza da conexão. Por correspondência parcial, Bridgman entende que

[4] Esta questão será tratada na próxima seção quando o tema da consistência for abordado.

nem todos os *símbolos* cujos significados são dados por operações papel-e-caneta podem sê-lo por operações físicas. Aliás, não há necessidade de que assim seja. O maquinário da teoria matemática produz (às vezes) resultados que não são suscetíveis de verificação empírica. Bridgman se satisfaz exigindo apenas que *alguns* dos resultados das operações papel-e-caneta sejam *obtidos* por operações físicas, descartando, portanto, uma conexão total entre ambas, aderindo a uma conexão apenas *parcial*. Bridgman afirma:

> Inerente aos requerimentos do próprio modelo, parece não ser necessário que todas as operações matemáticas devam corresponder a processos reconhecíveis no sistema físico. Também não há nenhuma razão porque todos os *símbolos* que aparecem nas equações matemáticas fundamentais devam ter correspondentes físicos, nem razão para excluir a introdução de quantidades auxiliares puramente matemáticas criadas para facilitar as operações matemáticas, se isso for possível. Um bom exemplo é a tensão dentro de um corpo sólido na teoria da elasticidade. Uma tensão jamais é medida como tal, mas é uma quantidade puramente construtiva, um composto de seis componentes que podem ser calculados em constantes elásticas, e isso é útil porque as forças agem através da face livre do sólido e são diretamente mensuráveis, podendo ser facilmente calculadas (BRIDGMAN, 1980 [1936], p. 66).

Bridgman critica Heisenberg (1927)[5] exatamente nesse ponto. Para Bridgman, Heisenberg defendeu uma conexão total entre operações matemáticas e físicas, defendendo que todos os símbolos que aparecem nas equações matemáticas deveriam ser obtidos também por operações físicas. Como vimos, essa exigência é desnecessária no operacionalismo de Bridgman, considerando que tudo o que é exigido é que apenas alguns

[5] Cf. HEISENBERG, “The physical content of quantum kinematics and mechanics”, 1927 (traduzido para o inglês do original alemão).

resultados das manipulações simbólicas tenham correspondentes nas operações físicas. Para Bridgman:

> Tenho ponderado, entretanto, se talvez este requerimento de Heisenberg não foi formulado após sua teoria (a Mecânica Matricial) como uma justificativa filosófica para o seu sucesso, ao invés de ser considerado parte indispensável na formulação da teoria. Apesar de seu alcance racional, e do fato de que satisfaz às exigências do operacionalismo, isso parece não ser necessário do ponto de vista dos modelos matemáticos que temos discutido. Tudo o que é exigido de uma teoria é que ela forneça as ferramentas para calcular o comportamento do sistema físico, e isso é capaz de ser feito mesmo quando há uma correspondência entre aqueles aspectos do sistema físico que trata de reproduzir e *alguns* dos resultados das manipulações matemáticas (BRIDGMAN, 1980 [1936], p. 65).

> A idéia de que todos os passos em uma teoria matemática devem ter seus correspondentes no sistema físico é conseqüência, segundo acredito, de um certo sentimento místico sobre a construção matemática do mundo físico (BRIDGMAN, 1980 [1936], p. 67).

Giaquinto (1983) por exemplo, considera justa a crítica de Bridgman a Heisenberg. Para Giaquinto, Heisenberg exagerou no paralelismo física-matemática, um exagero justamente apontado e criticado por Bridgman. Para Giaquinto:

> Heisenberg foi criticado de maneira justa por Bridgman ao exigir uma medida operacionalmente definida para todo termo numérico que ocorre em uma teoria física e uma interpretação operacional, expressável em linguagem ordinária, para toda equação (GIAQUINTO, 1983, p. 127).

Como o operacionalismo não exige uma correspondência total entre operações físicas e papel-e-caneta, construtos, modelos físicos e matemáticos são muito bem-vindos nas teorias físicas, desde que sejam úteis na explicação de algum fenômeno e, fundamentalmente, que não sejam contraditórios. Bridgman dedica o Capítulo “Models and Constructs” de sua primeira obra *The Logic of Modern Physics* (1927) apenas para falar deles. Para ele: “(...) *um modelo é uma ferramenta de pensamento útil e necessária, que nos permite pensar sobre termos não-familiares em termos familiares*” (BRIDGMAN, 1927, p. 53). Teorias importantes da época como a teoria atômica de Bohr (1912) são os exemplos que Bridgman tinha em mente de modelos importantes na física. É digno de nota o fato de que o átomo era um construto na época de Bridgman, um inobservável, porém, a partir de 1955 foi possível fotografá-lo, sendo, portanto, um observável na física atual. Bridgman afirma:

> Quando se pensa num átomo como uma coisa com qualquer propriedade geométrica, acredito que o que essencialmente se faz é imaginar um modelo, multiplicando todas as dimensões hipotéticas por um fator grande o suficiente para trazê-lo para uma ordem de grandeza da experiência ordinária (BRIDGMAN, 1927, p. 52).

> Outro construto indispensável e um dos mais interessantes é o do átomo. Isso é evidentemente um construto, porque ninguém nunca pôde experienciar um átomo diretamente, e sua existência é inteiramente inferencial. O átomo foi inventado para explicar constantes de peso na química. Por longo tempo não havia outra evidência de sua existência, e isso permaneceu pura invenção, sem realidade física, útil na discussão de certo grupo de fenômenos (BRIDGMAN, 1927, p. 59).

Modelos e construtos na ciência jamais foram vistos com "maus olhos" por Bridgman, pelo contrário, ele reconhece que descobertas interessantes ocorreram na física a partir do momento em que foram aceitos. Como físico, Bridgman acreditava no constante aperfeiçoamento dos instrumentos de medida, portanto, um construto no presente poderia se tornar um observável no futuro[6]. Os construtos eram aceitos por Bridgman nas teorias físicas apenas pela sua *utilidade* em operações análogas. Este é um critério importante do operacionalismo, pois considerando o caso dos elétrons (por ex.), apesar de inobservável, algumas propriedades importantes são conhecidas, como massa, cargas elétricas e spin, permitindo a realização de cálculos sobre entidades inobserváveis. Modelos matemáticos também eram aceitos por Bridgman da mesma forma. Em particular, caso for útil, propriedades poderiam ser atribuídas aos elétrons, com fornecer a eles uma determinada propriedade geométrica ou afirmar que o espaço no interior de um átomo é euclidiano, etc. De maneira geral:

> A moral disso tudo é que os construtos são muito úteis e até inevitáveis, mas também podem originar muitos perigos, e por isso é necessária uma crítica cuidadosa para evitar leituras em suas implicações que não estejam garantidas pela experiência, e que podem afetar profundamente nossa perspectiva e o curso da ação (BRIDGMAN, 1927, p. 60).

> A invenção de novos conceitos certamente não é coisa fácil, e é algo que a física tem sempre deliberado, e talvez justificadamente, evitado, como mostrado pelas persistentes tentativas de levar as noções da mecânica até as estruturas mais finas. (...) Acredito que quanto mais nos afastarmos da experiência ordinária, a invenção de novos conceitos se tornará cada vez mais necessária (BRIDGMAN, 1927, p. 195).

[6] O exemplo do átomo é um caso.

No Capítulo "Mathematics in Application" de sua *The Nature of Physical Theory* (1936), Bridgman apresenta o que seria uma solução ao problema da aplicabilidade da matemática na física, qual seja, exigir o auxílio de um *texto* acompanhando as equações da física teórica. O objetivo do texto seria determinar quais termos de uma equação seriam obtidos por operações físicas, e quais não podem. Bridgman não considera o texto parte superficial de uma teoria, mas, ao contrário, essencial para uma compreensão completa da estrutura matemática do mundo físico. Para o operacionalismo:

> As equações devem sempre estar acompanhadas de um "texto" dizendo qual é o significado das equações e como usá-las. Assim, se fixo uma teoria matemática de um corpo caindo sob a ação da gravidade, tenho a equação $dv/dt=g$, mas tenho que completar a equação através de um "texto", dizendo que v é um número que descreve uma propriedade do corpo em movimento, que pode ser obtido por certo tipo de medida especificada, e que t é o tempo obtido por outro tipo de medição, etc. A equação então determina por integração ou por outra operação matemática o sistema de números. Por exemplo, por integração, a equação acima dá: $v= gt + v_0$ ou $s= gt^2/2 + v_0t + s_0$. O que eu quero dizer é que as equações contêm uma teoria dos corpos que caem e que os números obtidos pelas manipulações físicas estipuladas no texto satisfazem a equação ao serem substituídos nela. O texto não deve descrever apenas a natureza de uma medida, mas deve também especificar a conexão entre os diferentes símbolos de uma equação (BRIDGMAN, 1980 [1936], p. 59).

> Uma das funções do texto é nos dizer como fixar a correspondência entre os números dados pela equação e os números obtidos pela manipulação do sistema físico. (...) O texto deve dar a informação de que as equações deixam de ser válidas em regiões muito próximas ao centro do elétron. (...) Já foi visto que para um completo entendimento do que está contido em qualquer teoria matemática, uma

análise do texto é tão essencial quanto uma análise das equações (BRIDGMAN, 1980 [1936], pp. 60-72).

Apesar da importância dada ao papel do “texto” nas teorias físicas, Bridgman praticamente não se referiu mais a ele em outras obras, a não ser em apenas algumas passagens da obra de 1936. A tentativa principal de Bridgman parece ter sido o de apenas destacar as diferenças estruturais importantes entre operações matemáticas e físicas. O efeito disso foi aceitar os limites que o texto impõe ao significado físico de certas operações matemáticas.

Para finalizar este capítulo, analiso algumas questões metodológicas do operacionalismo de Bridgman, expostas principalmente em sua última obra *The Way Things Are* (1959), no Capítulo “More Preliminary Methodology”, e que são fundamentais para uma análise mais completa do pensamento de Bridgman.

Em primeiro lugar, uma análise sobre o papel da *verificação* das afirmações no operacionalismo de Bridgman é necessária. Uma afirmação *empírica* pode ser acessível a operações físicas ou não. Quando é *acessível*, verifica-se o significado da afirmação quando operações físicas são levadas a cabo. A afirmação pode conter ou não termos inobserváveis como elétrons, por exemplo. Porém, propriedades do elétron como sua carga elétrica, massa, etc., são conhecidas, assim, uma afirmação como “*x* é a carga elétrica do elétron” é verificável operacionalmente, apesar de conter um inobservável. Um resultado é conhecido colocando um instrumento para medir cargas elétricas em contato com o “objeto”.

Quando a afirmação empírica é *inacessível* a operações físicas, seu significado poderá ainda ser verificado por operações papel-e-caneta, por operações de cálculo. O exemplo apresentado anteriormente dá conta de tais afirmações, a saber, “o tempo decorrido na queda de um corpo, a partir do momento inicial, varia entre 10^{-100} segundos a 10^{100} segundos”. Trata-se de uma afirmação não acessível por operações físicas, mas calculável matematicamente, portanto, verificável por operações papel-e-caneta. O significado da afirmação já não é mais empírico, mas sim, *lingüístico*, pois as operações de cálculo não passam de construções numa linguagem.

Com base nisso, podemos dizer que uma afirmação empírica *não é significativa* quando não é acessível por operações físicas, nem por operações papel-e-caneta. Afirmações que falam sobre o comportamento de estruturas internas do elétron são casos particulares disso, como (por ex.) “o espaço no interior do elétron é euclidiano”, etc.

Uma afirmação *lógica* sobre domínios empíricos é verificada por operações físicas. Uma afirmação *lógica* sobre domínios matemáticos é verificada por operações papel-e-caneta[7].

Uma afirmação *matemática* é verificada por operações papel-e-caneta regrados ou por uma derivação num contexto lógico. Deve existir um procedimento efetivo/realizável que demonstra a afirmação, do contrário, ela torna-se simplesmente desprovida de significado operacional. Um exemplo simples é a construção dos pares através da regra ($x=2y$) que verifica uma afirmação como “x é par” para x e y pertencente a conjunto dos naturais. É uma afirmação matemática verificável operacionalmente porque dispomos de procedimentos efetivos para a demonstração do resultado. Significado e um valor de verdade também podem ser atribuídos à afirmação.

[7] Os detalhes serão tratados no Capítulo 2.

Não são verificáveis afirmações matemáticas que não estão acompanhadas de procedimentos de demonstração. Não são também significativas operacionalmente por esse motivo. A conjectura de Goldbach, a hipótese do contínuo, etc., são alguns exemplos de afirmações matemáticas não demonstradas (pelo menos até o momento)[8]. De maneira geral, Bridgman afirma:

> Verifico quando dou a mim mesmo (ou a você) a garantia de que a situação é realmente do modo como eu (ou você) pensa que é. Isso é equivalente a dizer que a verificação ocorre quando dou a mim mesmo a garantia de que não estou cometendo um erro. (...) Se a tentativa de verificação falha, então podemos estar seguros, de acordo com a limitação mencionada acima, de que nós estamos diante de um erro ou de uma má interpretação de algum tipo, mas, se a verificação ocorre, então aumentamos nossa confiança de que nada está errado, mas que estamos certos (BRIDGMAN, 1980 [1936], pp. 55-56).

No operacionalismo, o papel da verificação das afirmações está vinculado a uma *teoria de significado* para afirmações empíricas, lógicas e matemáticas. São significativas apenas aquelas afirmações verificáveis por procedimentos operacionais, por operações físicas (ou instrumentais) e/ou por operações papel-e-caneta. De acordo com P. Frank, a tentativa de Bridgman é "*fornecer uma imagem satisfatória da ciência moderna*" (FRANK, 1935, p. 44).

A concepção operacional de Bridgman não se restringe apenas às afirmações científicas, mas aplica-se também às questões que podem ser formuladas. Uma lista de

[8] Os detalhes do caso da matemática serão tratados no Capítulo 3.

questões desprovidas de significado operacional aparece em sua *The Logic of Modern Physics* (1927). Vejamos um caso particular disso[9]:

> Outro exemplo é a questão proposta por Clifford, isto é, se é ou não possível que o sistema solar se mova de uma parte do espaço para outra, e que a escala absoluta de magnitude esteja constantemente mudando, de uma maneira que afetasse todas as coisas igualmente, e essa mudança de escala não poderia ser detectada. Um exame das operações que medem o comprimento em termos de medida de barras mostra que as operações para responder a questão não existem (por causa da natureza da nossa definição de comprimento). A questão teria significado apenas do ponto de vista de um Ser imaginário superior assistindo de um ponto externo (BRIDGMAN, 1927, pp. 28-29).

No Capítulo "More Preliminary Methodology" de sua *The Way Things Are* (1959), Bridgman fez uma importante revelação sobre o papel da *verificação* das afirmações. Para ele, apenas afirmações sobre experiências passadas e presentes são *propriamente* verificáveis operacionalmente. Afirmações sobre experiências presentes através de operações presentes, e sobre experiências passadas através de operações presentes. Nenhuma afirmação sobre experiências futuras pode ser verificável dessa forma, em particular, porque não envolve operações efetivas, levadas a cabo no presente, mas normalmente envolve operações-de-espera ou programas de procedimento. Um programa é um processo, não propriamente uma operação como Bridgman gostaria, como estruturas realizadas efetivamente. Para Bridgman:

> De fato, estaria disposto a restringir o significado de "significado" para "significados presentes". Se essa restrição for aceita, significados devem ser

[9] Cf. BRIDGMAN, 1927, p. 28-32.

> encontrados em operações presentemente levadas a cabo, e a operação-de-espera deve ser retirada (BRIDGMAN, 1959, p. 67).

> Pessoalmente não acredito que devemos falar em fazer afirmações sobre o futuro. Para mim, uma afirmação implica na possibilidade de verificar a verdade, e a verdade de uma afirmação sobre o futuro não pode ser verificada se aceitarmos apenas operações presentes. Preferiria dizer que a combinação de palavras na forma gramatical de uma afirmação é apenas uma "pseudo-afirmação" quando se propõe a ser sobre o futuro (BRIDGMAN, 1959, p. 69).

De maneira geral, há um limite temporal envolvido aqui. Uma afirmação sobre o futuro envolve uma "espera" para o conhecimento de um resultado e de um valor de verdade a ela. Esse "tempo de espera" não deve ultrapassar o da vida de um homem de acordo com Bridgman. O caso de algumas afirmações matemáticas como "$2^{1001} + 1$ é primo ou $2^{1001} + 1$ não é primo" estão nesse contexto, cujo resultado não pode ser conhecido no presente, além disso, teríamos que esperar muito tempo para conhecê-lo. Portanto, seria desprovida de significado operacional[10].

No caso das afirmações empíricas, uma afirmação que se refere a propriedades desconhecidas da superfície de Plutão seria um caso particular que envolve operações-de-espera. Seria necessário esperar a construção (por ex.) de um foguete potente o suficiente para que um cientista fosse lá verificar. De maneira geral, o tempo de espera na física normalmente está vinculado ao aperfeiçoamento dos instrumentos de medida do cientista.

[10] Porém, significativa, por exemplo, para interpretações construtivas da matemática como o intuicionismo de Brouwer (revelando uma diferença notável entre ambas concepções).

Creio que essa exposição dá conta de algumas questões metodológicas importantes do operacionalismo de Bridgman. Na próxima seção trato sobre os fundamentos filosóficos do operacionalismo, envolvendo também um pouco de história.

1.2. ANÁLISE FILOSÓFICA E HISTÓRICA DO OPERACIONALISMO

1.2.1. DEFINIÇÕES DIRETAS X DEFINIÇÕES PELAS PROPRIEDADES

Os procedimentos operacionais podem ser considerados formas de definir *diretamente* conceitos e afirmações científicas. Conceitos físicos como comprimento, velocidade, etc., são definidos diretamente quando operações físicas (que utilizam instrumentos físicos como réguas métricas e radares) são levadas a cabo. Conceitos matemáticos como conjunto, primo, par, etc., são definidos diretamente quando operações matemáticas determinadas por regras são levadas a cabo. Para Bridgman, definir os conceitos diretamente impediria a entrada de conceitos que poderiam ser inconsistentes com a experiência, seja ela física ou mental. Quando os conceitos são definidos de outra forma, como quando definidos pelas propriedades, eles possivelmente tenham que ser revistos no futuro, porque não são conceitos cientificamente estáveis. Algum tipo de inconsistência com a experiência tais conceitos *poderiam* facilmente apresentar, de acordo com Bridgman.

Na física, Bridgman conhecia alguns conceitos considerados inconsistentes com a experiência. Eles foram, segundo ele, introduzidos (indevidamente) pela mecânica newtoniana na física. Conceitos como “espaço absoluto”, “tempo absoluto”, “simultaneidade absoluta”, etc., indicam, segundo Bridgman, que Newton definia seus conceitos pelas propriedades, e não diretamente. Para Newton:

> O tempo absoluto, verdadeiro e matemático, por si mesmo e pela sua própria natureza, flui uniformemente sem relação com qualquer coisa externa. (...) O espaço absoluto, pela sua própria natureza, permanece sempre similar e imóvel, sem relação com qualquer coisa externa. (...) Movimento absoluto é a translação de um corpo de um lugar absoluto para outro (NEWTON, [1687], 1990, pp. 7-8).

Para Bridgman, a necessidade de definições diretas dos conceitos, em particular, de espaço, tempo, simultaneidade, teria surgido apenas na teoria da relatividade restrita de Einstein. Einstein teria percebido que os pretendidos conceitos “absolutos da mecânica newtoniana não eram verificáveis empiricamente e, portanto, eram inconsistentes com a experiência. Para Einstein:

> Pelo modo como ele formulou essa visão, podemos ver que Newton não se sentiu confortável com o conceito de espaço absoluto, o qual incluía o de repouso absoluto. Ele estava ciente do fato de que nada na experiência parecia corresponder a este último conceito (EINSTEIN, 1934, p. 166).

Quando verificações são levadas a cabo, os conceitos anteriormente “absolutos”, passavam a ser relativos, em particular, ao observador e aos instrumentos de medida. De acordo com Bridgman, a principal herança da teoria da relatividade restrita de Einstein na física foi ter colocado sob suspeita todos os conceitos que não poderiam ser verificados empiricamente, priorizando os conceitos verificáveis e, portanto, os definíveis diretamente. De acordo com Bridgman:

> É evidente que se adotarmos esse ponto de vista frente os conceitos, isto é, de que a própria definição de um conceito não é em termos de suas propriedades mas em termos de operações reais, não precisamos correr o perigo de ter que revisar nossa atitude frente à natureza. Pois se a experiência é sempre descrita em termos da experiência, deverá sempre existir uma *correspondência* entre a experiência e a nossa descrição dela, e não precisaremos nunca ficar embaraçados como ter de encontrar na natureza um protótipo do tempo absoluto de Newton (BRIDGMAN, 1927, pp. 6-7) (*grifo meu*).

Na matemática, não é diferente. Bridgman critica algumas definições de conceitos matemáticos muito comuns na época, em particular, critica a definição de conjunto de E. V. Huntington em *The Continuum and Other Types of Serial Order* (1921). Para Bridgman, a definição de conjunto de Huntington é a seguinte: "*Um conjunto está determinado por um teste ou por uma condição qualquer, de tal forma que toda entidade (do universo considerado) deve satisfazer ou não satisfazer*"[11]. Bridgman critica definições dessa natureza na matemática, especialmente por envolver operações que não podem ser efetivamente levadas a cabo quando o referido for conjuntos infinitos. "Toda entidade" é um termo desprovido de significado operacional para conjuntos infinitos, porque testes infinitos são pressupostos, além de uma atividade que exige um tempo também infinito. Trata-se de uma definição não-direta de conjunto, a qual permite, por exemplo, introduzir ilegitimamente conjuntos infinitos atuais na matemática. Uma definição direta de conjunto seria, por exemplo, utilizar algoritmos para a classificação dos elementos ou uma regra (como a que foi mostrada para o caso do conceito "par").

[11] Cf. BRIDGMAN, 1934, p. 110.

Um pouco à maneira de Poincaré, Bridgman considera os conjuntos infinitos atuais não apenas impossíveis de serem produzidos/construídos na matemática, mas como estruturas que geram paradoxos, por pressuporem ilegitimamente uma *verificação infinita*, bem como uma atividade matemática que exige um *tempo* também *infinito*. A intenção de Bridgman se assemelha a de Poincaré nesse contexto, a saber, barrar a entrada de paradoxos na matemática limitando as definições aceitáveis[12]. Para Bridgman:

> Retornando agora ao argumento principal, é imediatamente óbvio que a técnica operacional automaticamente assegura à matemática o *sine qua non* de auto-consistência para operações realmente levadas a cabo, sejam físicas ou mentais, elas são formas especiais de experiência, de forma que *qualquer conceito matemático ou argumento analisado em termos de operações reais deve ter a auto-consistência de toda experiência* (BRIDGMAN, 1934, p. 108). [*grifo meu*]

A questão agora é saber: *de que forma* os procedimentos operacionais *asseguram* auto-consistência para os conceitos definidos por operações levadas a cabo? Bridgman parte do princípio de que *nossa experiência é consistente*. Segundo ele, as experiências do sujeito são sempre temporais, e uma inconsistência apenas existiria caso fosse possível o contato do sujeito com duas experiências simultâneas, uma negando a outra. Ora, como temos uma única experiência de um conjunto de fenômenos em cada tempo, experiências simultâneas (além disso, inconsistentes) jamais existiriam. Por esse motivo, Bridgman afirma que o sujeito jamais teria experiências inconsistentes simultâneas. Como as operações são uma forma especial de experienciar os objetos (sejam eles físicos ou mentais), a consistência da experiência é *transferida* para toda operação levada a cabo. Para Bridgman:

[12] Esta será uma questão tratada com detalhes no Capítulo 3.

> A experiência não é auto-contraditória porque somente uma coisa acontece para nós em um tempo. (...) Talvez se pudéssemos aprender a separar nossa consciência para podermos presenciar simultaneamente dois focos da atividade mental, o princípio de não-contradição perderia sua força. Eu posso relembrar como experiência própria que não tive sorte em tentar assim multiplicar minha auto-consciência (BRIDGMAN, 1934, p. 108).

> Em última análise, nossas teorias restringem-se a descrições de operações realmente levadas a cabo em situações reais, e então não pode nos envolver em inconsistência ou contradição, desde que estas não ocorram em situações físicas reais (BRIDGMAN, 1980 [1936], p. 9).

Bridgman tem uma noção de "consistência" de nossas experiências de natureza *epistemológica*, no acesso do sujeito aos objetos. Ele não afirma a consistência em si do mundo, mas de que o acesso a ele é consistente. Giaquinto (1983) por exemplo, concorda com a tese de Bridgman de inexistência de contradição nos fatos, pois, para Giaquinto, contradições ocorrem apenas nas afirmações sobre os fatos, jamais nos próprios fatos.

Voltando ao caso da física. Historicamente, Leibniz (1687), Berkeley (1732) e, em particular, Ernst Mach (1883) criticaram os conceitos "absolutos" da física newtoniana. Duas citações deixam isso claro em Mach:

> Lendo essas observações, parece que Newton ainda está sob influência da filosofia medieval, e que ele não é fiel a seu objetivo de estudar apenas os fatos. (...) Estamos absolutamente impossibilitados de medir pelo tempo as mudanças das coisas. O tempo é apenas uma abstração a que chegamos por causa dessas mesmas mudanças, e não somos forçados a qualquer medida determinada dele, já que todas (as mudanças) são mutuamente dependentes. Chamamos de movimento uniforme

aquele em que mudanças iguais de posição correspondem a mudanças iguais em um movimento de referência que é o da Terra. Um movimento pode ser uniforme em relação a outro, mas perguntar se um movimento é uniforme em si mesmo não tem significado. Falar de um 'tempo absoluto' independente de qualquer mudança é também sem significado. Este tempo absoluto não pode ser medido por movimento algum: ele não tem valor, nem prático, nem científico. Ninguém pode dizer que sabe alguma coisa sobre este tempo absoluto: ele é um ente 'metafísico' inútil. (MACH, *La Mécanique – Exposé Historique et Critique de son Développment*, 1904, pp. 217-8)[13].

Não devemos confundir a capacidade de imaginar o movimento absoluto com a possibilidade de reconhecê-lo. Apenas a segunda importa. (...) O pesquisador natural somente se preocupa com a identificação. O que ele não pode reconhecer, o que não tem marca sensível, não tem significado na ciência. Excluir o movimento absoluto é eliminar aquilo que não tem significado físico. (MACH, *La Mécanique – Exposé Historique et Critique de son Développment*, 1904, p. 487).

Mach chamou de "monstruosos" tais conceitos, numa tentativa de bani-los da física. Em particular, ele critica o experimento do balde de Newton, que é a prova de Newton de que tais conceitos existem. Este experimento[14] consiste em suspender um balde por uma corda. Estando o balde em repouso, a superfície da água é plana, porém, quando o balde e a água giram juntos em relação à terra, a superfície da água torna-se côncava. Newton entendia que o efeito da concavidade da água era devida à sua rotação em relação ao "espaço absoluto", portanto não relativa (ou dependente) de qualquer matéria próxima (como o balde ou a terra). A conseqüência de Newton estava perfeitamente de acordo com sua lei de gravitação universal. Para Mach, o experimento do balde de Newton revela que a

[13] Cf. MARTINS, 1982.
[14] Cf. ASSIS & PESSOA Jr., 2001.

concavidade da água é relativa ao conjunto das estrelas fixas, e não a um "suposto" espaço absoluto (desvinculado da relação com outros objetos) da forma descrita por Newton. Mach reconhece que o efeito seria o mesmo caso fosse possível girar o conjunto das estrelas fixas, mantendo a água e o balde parados em relação à Terra. Para ele, qualquer noção de espaço passa pelos sentidos do sujeito, em particular, pelas operações físicas de medida de distâncias entre objetos (por ex.)[15].

É digno de nota o fato de que Poincaré também foi adepto ao operacionalismo na física (ao operacionalismo de Mach, em particular). O operacionalismo era uma concepção muito popular na física da época, e a adesão de Poincaré ao operacionalismo aparece em passagens como esta:

> Quando alguém diz que a força é a causa do movimento, ele está fazendo Metafísica, e esta definição, se tivéssemos que nos limitar a ela, seria completamente estéril. Para que uma definição seja de alguma utilidade, é necessário que ela nos ensine como medir força; por outro lado, isso é suficiente. Não é necessário de modo algum que ela nos diga o que é a força em si mesma ou se ela é a causa ou o efeito do movimento (POINCARÉ, *Ouvres de Henri Poincaré*, 1954, p. 231).

Na próxima seção analiso a possibilidade de aproximação do operacionalismo com redutivismo e instrumentalismo em epistemologia.

[15] Esta idéia também é sustentada por Bridgman.

1.2.2. APROXIMAÇÕES COM REDUTIVISMO E INSTRUMENTALISMO

Em aspectos importantes o operacionalismo de Bridgman se aproxima de concepções anti-realistas importantes em epistemologia como redutivismo (ou descritivismo) e instrumentalismo. Porém, trata-se de uma aproximação apenas parcial, isto é, em alguns aspectos. Em primeiro lugar, aproximo o operacionalismo do redutivismo, considerando a *concepção de significado comum* para as afirmações empíricas.

O redutivismo foi proposto pelo empirismo lógico do círculo de Viena. O objetivo era classificar as afirmações empíricas em significativas e não-significativas, e eliminar das teorias científicas as afirmações consideradas metafísicas (aquelas desprovidas de significado empírico). Para o empirismo lógico, as afirmações significativas empiricamente eram as protocolares ou redutivas a protocolares. As afirmações protocolares eram aquelas cujo significado a experiência fornecia imediatamente e, as não-redutíveis dessa forma, eram desprovidas de significado físico. Por esse motivo, deveriam ser banidas das teorias físicas.

A concepção de significado operacional de Bridgman vai nessa direção, especialmente em sua *The Logic of Modern Physics* (1927). Aparece um certo redutivismo na concepção de Bridgman, exigindo (por ex.) que o significado das afirmações empíricas seja reduzido a procedimentos operacionais levados a cabo. Afirmações como: "*O significado de um conceito é sinônimo do correspondente conjunto de operações*"

(BRIDGMAN, 1927, p. 4) expressam o redutivismo de Bridgman na física. Hegenberg (por ex.) afirma o seguinte[16]:

> Em linhas gerais, as idéias de Bridgman estão bem próximas das que sustentaram os membros do círculo vienense. Tanto os "operacionalistas" como os "positivistas lógicos" sustentaram a necessidade de critérios de significância de natureza empírica e os adeptos das duas correntes deram grande ênfase ao dado empírico, fator imprescindível para atribuir importância objetiva a qualquer discurso. Se existe diferença marcada entre as duas escolas, pode-se situá-la no fato de que o círculo de Viena tratou o significado empírico como uma característica dos enunciados (como a susceptibilidade de serem os enunciados testados por experimentação ou observação), ao passo que Bridgman e seus seguidores preferiram construir o significado empírico associado aos conceitos ou termos que os representam (como a sua susceptibilidade de se submeterem às definições operacionais) (HEGENBERG, 1963, p. 504).

Porém, não associo *completamente* o pensamento de Bridgman ao do empirismo lógico pelo menos por duas razões importantes: Em primeiro lugar, como expõe Hegenberg (na citação anterior), Bridgman acredita que os conceitos são a unidade última de significado, e não as afirmações como pensavam os empiristas lógicos. Aliás, Bridgman considera o significado das afirmações conseqüência do significado dado aos conceitos. Para ele: "(...) *devemos principalmente nos preocupar com o significado dos termos isoladamente*" (BRIDGMAN, 1950, p. 252-53). Em segundo lugar, o operacionalismo de Bridgman é um critério de significado *mais amplo/geral* do que o critério de significado do empirismo lógico, por incluir afirmações lógicas e matemáticas no critério. Já o critério do

[16] A associação do pensamento de Bridgman com o empirismo lógico também é feita por Nagel num importante Capítulo chamado "Estatuto Cognitivo das Teorias Científicas" de sua *The Structure of Science* (1961).

empirismo lógico é um critério empirista de significado, inclui apenas as afirmações empíricas. As afirmações lógicas e matemáticas estavam fora do critério redutivista. Portanto, concebendo o operacionalismo de Bridgman também como uma concepção redutivista das afirmações, o redutivismo pensado por Bridgman é bem mais amplo do que os critérios do empirismo lógico, no sentido de que um número bem maior de afirmações se aplica a ele.

Certamente, a inclusão das afirmações lógicas e matemáticas no critério não torna o operacionalismo de Bridgman totalmente empirista na lógica e matemática, mas concebe essas disciplinas simplesmente como *instrumentos*, úteis na medida em que existir uma correspondência com as operações físicas (pelo menos parcial em alguns casos)[17]. Acredito que esses motivos aproximaram Bridgman mais do operacionalismo de Mach na época, do que do empirismo lógico do círculo de Viena, como expõe Hegenberg nos seguintes termos: "*Habituado, porém, à vida de laboratório, o físico americano tentava-o por via diversa daquela que seguiram os positivistas de Viena, retornando às idéias de Mach, também um físico experimental*" (HEGENBERG, 1963, p. 503).

Além disso, os redutivistas acreditavam numa concepção clássica de verdade, isto é, da verdade como correspondência com os fatos. Bridgman parece não ter exatamente essa idéia. Para ele, uma afirmação que corresponde com os fatos é apenas aproximadamente verdadeira, uma aproximação cada vez maior, como disse, na exata medida em que os instrumentos de medida vão sendo aperfeiçoados[18].

---

[17] O caso da matemática será tratado no Capítulo 3.

[18] Em algum sentido, Bridgman se aproxima da concepção de verdade que aparece, por exemplo, em Popper em sua *Conjecturas e Refutações*. O conceito em Popper é das teorias como "aproximações à verdade" ou "verossimilhança". Apesar disso, é notável um comprometimento de Popper com o realismo ontológico, uma concepção não sustentada por Bridgman.

Considerando a concepção instrumentalista em epistemologia, o operacionalismo de Bridgman se aproximaria em pelo menos dois pontos importantes, a saber: por aceitar o caráter instrumental das teorias; e por não ver problemas em aceitar inobserváveis, bem como modelos físicos e matemáticos no interior das teorias. Em particular, em *The Nature of Physical Theories* (1936) vemos claramente o caráter instrumental dado às teorias físicas. Para ele, há instrumentos mais adequados que outros, dependendo da maior ou menor possibilidade de verificação de suas afirmações e conceitos. Como disse, Bridgman admite que instrumentos mais adequados surgem na exata medida em que instrumentos de medida mais precisos vão sendo criados e um número maior de conceitos for definido diretamente. Essas idéias concordam (por ex.) com o famoso dito de van Fraassen: "*A ciência objetiva a nos fornecer teorias que são empiricamente adequadas; e a aceitação de uma teoria envolve, como crença, apenas que ela é empiricamente adequada*" (VAN FRAASSEN, 1980, p. 12)[19]. Além disso, os instrumentalistas facilmente aceitam termos teóricos (ou construtos) nas teorias. Em particular, van Fraassen aceita-os como ficções úteis, fazendo analogia com personagens de uma peça teatral, os quais podem ou não existir[20].

De maneira geral, ninguém parece duvidar do anti-realismo da concepção bridgmaniana em epistemologia e, em alguns aspectos (como vimos), próximo ao que defendiam redutivistas e instrumentalistas, apesar de divergir em outros. Há uma teoria de significado que se assemelha em vários pontos, além disso, uma exigência de verificação

[19] Esta relação com o instrumentalismo é um tema que desejo explorar futuramente. Acredito que seja uma relação apenas em alguns aspectos, porém, o tema pode ser melhor aprofundado.
[20] Além do caráter instrumental das teorias, a linguagem e o pensamento também são considerados por Bridgman instrumentos. Essa questão será tratada no Capítulo 3, quando é feita uma análise da linguagem.

das afirmações científicas. P. Frank[21] (por ex.) define o operacionalismo de Bridgman como "*tentativa de integração de sistemas*" da seguinte forma:

> O operacionalismo de Bridgman é uma tentativa de integrar num sistema coerente as idéias de Mach (de empirismo extremo), as de Poincaré (as leis não passam de convenções) e de Einstein (necessidade de estabelecer um elo entre fatos e teorias), na tentativa de fornecer uma imagem satisfatória da ciência moderna (FRANK, 1935, p. 44).

Reconhecidamente, há uma dificuldade em "encaixar" o operacionalismo numa das concepções anti-realistas propriamente ditas. As intenções de Bridgman pareciam ser outras, mais próximas às intenções dos físicos, do que à resolução de questões filosóficas. Sem dúvida, a atitude de Bridgman é fortemente *pragmática* na ciência, especialmente por aceitar construtos e modelos nas teorias físicas simplesmente pela *utilidade*, independentemente da possibilidade de verificação de todos os termos e afirmações das teorias. Porém, a utilidade de tais estruturas está vinculada a possibilidade de experienciação em *operações análogas*, ou seja, a algum tipo de experienciação indireta dos termos. O exemplo do conceito "tensão" no interior do sólido na teoria da elasticidade parece ser um caso que evidencia as intenções pragmatistas de Bridgman na física (como vimos). Há, evidentemente, também uma concepção pragmática de "verdade" na concepção bridgmaniana.

Na verdade, explicitamente não aparece nos escritos de Bridgman uma tentativa de "encaixe" do operacionalismo em alguma corrente anti-realista, embora apareçam críticas explícitas ao realismo, como vemos:

[21] Cf. também HEGENBERG, 1974, p. 503.

> Estou preocupado com a observação e a descrição de métodos que pelo menos alguns físicos adotaram e utilizaram talvez inconscientemente – a prática dos métodos já existia. O que tentei fazer é analisar a utilidade desses métodos, não fixar um sistema filosófico e uma teoria das propriedades que qualquer método *deve* ter se ele quer ser útil (BRIDGMAN, 1950, p. 2).

> Minha afirmação na página 5 da *The Logic of Modern Physics* de que os significados são *sinônimos de operações*, foram obviamente além do requerido quando interpretados fora do contexto. Meu próprio ditado é aplicável a essa minha afirmação, ou seja, que aquilo que um homem significa por um termo é encontrado observando o que ele *faz* com ele, não pelo que ele *diz* sobre ele (BRIDGMAN, 1959, p. 5). [*grifos meu*]

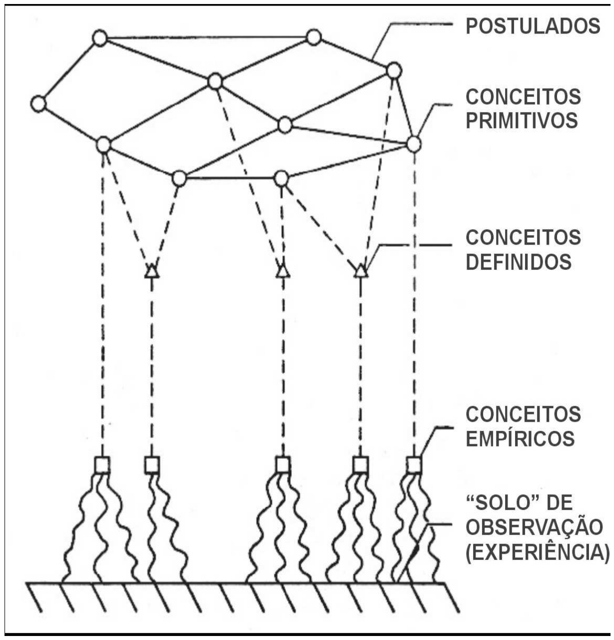
Creio ser oportuno apresentar algumas críticas dirigidas ao operacionalismo de Bridgman que acabaram transformando seu pensamento ao longo do tempo. Essas críticas vieram especialmente de físicos e diziam respeito à aplicabilidade do operacionalismo na física. Algumas respostas de Bridgman também serão apresentadas.

1.3. CRÍTICAS E RESPOSTAS

Em dois simpósios organizados pela "American Association for the Advancement of Science" Bridgman enfrentou seus mais severos críticos.

O primeiro simpósio ocorreu em 1944, intitulado *Operationalism at the Christmas Meeting*. Nele, 11 questões foram apresentadas sobre algumas limitações na concepção de Bridgman, publicadas pela "Psychological Review" (1945). Feigl (1945)[22] apresentou a mais importante delas, a saber, a de que o operacionalismo de Bridgman atribui significado apenas para conceitos muito próximos da experiência, referindo-se particularmente aos exemplos de Bridgman de conceitos como "velocidade", "comprimento", "temperatura", etc. Para Feigl, a concepção de Bridgman falharia para conceitos mais complexos, como "spin" do elétron (por ex.), os quais não são imediatamente verificáveis por operações físicas: "*Os exemplos de Bridgman indicam que ele focalizou sua atenção principalmente nos conceitos que estão razoavelmente próximos do 'plano de observação'*" (FEIGL, 1970[23]). Um pouco mais tarde, em 1970, Feigl apresenta uma visualização do que tinha em mente na ocasião do simpósio de 1945:

[22] Cf. FEIGL *Operationism and Scientific Method* (1945). Cf. também FEIGL "The 'Orthodox' View of Theories: Remarks in Defense as well as Critique" (1970). Há uma tradução para o português deste artigo feita por PESSOA Jr., 2004.
[23] Da tradução de PESSOA Jr., 2004, p. 268.



Para Feigl, a partir de postulados explicam-se os conceitos primitivos, os quais formam os conceitos definidos, ligados por regras de correspondência com os conceitos empíricos (estes sim, definidos operacionalmente). As operações de Bridgman definiriam apenas os conceitos empíricos de acordo com Feigl, o que tornaria a concepção bridgmaniana extremamente limitada na física.

Não há dúvida de que se trata de uma limitação do operacionalismo de Bridgman, porém, fatalmente percebida pelo próprio. Bridgman reconhecia que seu operacionalismo não definia todos os conceitos das teorias, por isso aceitou (por ex.) os construtos na física. Os construtos normalmente se conectam apenas indiretamente com as operações físicas, porque não podem ser definidos diretamente por estas. O exemplo anteriormente citado, a saber, do conceito "tensão" no interior do sólido na teoria da elasticidade esclarece o que Bridgman tinha em mente. "Tensão" aparece nas equações da teoria da elasticidade como um construto do cientista (um conceito teórico), porque não havia formas de determiná-lo através de operações físicas. Por operações físicas, apenas era possível verificar forças externas agindo sobre o sólido, ou seja, apenas um efeito indireto de “tensão”. “Tensão” era um conceito criado pelo cientista que dava conta de uma determinada situação, útil na teoria da elasticidade[24].

O segundo (e mais importante) simpósio ocorreu em Boston em 1953, intitulado *O estado presente do Operacionalismo,* publicado pela “Scientific Monthly” (1954)[25]. Físicos e filósofos importantes da época foram convidados, como C. Hempel, H. Margenau, G. Bergmann, Lindsay, entre outros. A obra de Bridgman *Reflection of Physicist* (1950), que corresponde a uma reunião de artigos de Bridgman escritos nas décadas de 30 e 40, bem como sua última obra na época *The Nature of Some of Our Physical Concepts* de 1952, foram os textos-base do simpósio. Além de apontarem algumas limitações do operacionalismo de Bridgman, os participantes também reconheceram a importância dos procedimentos operacionais na física[26].

No artigo “A Logical Appraisal of Operationism” (1953) escrito para o simpósio, Hempel apresenta outra limitação importante do operacionalismo, a saber, de que a concepção de Bridgman excluiria das teorias científicas todas as afirmações que contêm *termos disposicionais* quando as condições de teste não são levadas a cabo. Para Hempel, o operacionalismo de Bridgman exige *condições manifestas* para atribuir significado às afirmações científicas e nenhum significado é dado a afirmações não verificáveis dessa

[24] Além disso, na Seção 1 temos mais elementos para uma resposta mais completa à crítica de Feigl.
[25] Cf. também FRANK, P. (org), 1956.
[26] Cf. HEGENBERG, 1963, pp. 496-528 e 1964, pp. 31-65.

forma. Hempel considera a exigência de Bridgman excessivamente restritiva na física, pois excluiria todas as afirmações que contêm termos disposicionais, termos muito comuns nas teorias físicas. Ela impediria o cientista, por exemplo, de fazer generalizações futuras ou suposições ideais sobre situações não verificadas presentemente. Para Hempel:

> Se rejeitássemos qualquer procedimento que envolve risco indutivo, não usaríamos mais do que um critério operacional para a introdução de um dado termo, nem aplicaríamos o conceito quando as condições características *manifestas* de aplicação não fossem realizadas; assim, com efeito, *o uso de conceitos disposicionais estaria proibido*. (...) A aplicação de um termo operacionalmente definido numa instância como a considerada aqui [*contendo termos disposicionais*] teria que ser considerada "não segura" precisamente no mesmo sentido em que Bridgman insiste que "não é seguro" que dois procedimentos de medida tendo os mesmos resultados no passado continuarão a tê-los no futuro (HEMPEL, 1954, p. 216) [*grifos meu*]

Uma tentativa explícita de solução para o uso dos termos disposicionais na ciência não aparece em Bridgman, mas, em Carnap (1936-7) através das chamadas "orações redutivas" ou "pares de redução". Para Klimovsky (1994), o apelo aos pares de redução de Carnap mostra que ele tinha em mente uma forma de definição operacional dos conceitos. Nos detalhes.

Para Carnap, afirmações contendo termos disposicionais apresentavam um problema chamado "implicação material". Por exemplo, o significado de "*x* é solúvel em água" é definido pela expressão "se *x* é colocado na água, então *x* se dissolve", da forma $A \rightarrow B$. Assim, quando uma experiência dessa natureza é levada a cabo, o significado de "*x* é solúvel em água" é definido. O problema surge quando a experiência de mergulhar um corpo em água não puder ser realizada. Os críticos dizem que faz sentido dizer que o corpo é solúvel – isto é, que se dissolveria se fosse mergulhado em água – e isso é inaceitável.

A solução de Carnap (1936-7) foi apelar para dois *pares de redução*, os quais definem apenas *parcialmente* os termos teóricos disposicionais. Para Carnap (e também para Hempel), os procedimentos operacionais definiriam apenas parcialmente os conceitos da ciência. Duas citações esclarecem a questão:

> Na linguagem teórica, introduzimos conceitos quantitativos como comprimento e massa, mas não devemos pensar de tais conceitos como definidos explicitamente. Mas, as regras operacionais, junto com todos os postulados da física teórica, servem para dar definições parciais ou interpretações parciais de conceitos quantitativos (CARNAP, 1966, p. 103).

> Um termo científico não pode ser considerado "sinônimo" de um conjunto de operações no sentido de ter o seu significado completamente determinado por elas, pois, como vimos, elas só fornecem critérios de aplicação para um termo dentro de uma limitada faixa de condições; por exemplo, as operações que usam régua e termômetro só fornecem *interpretações parciais* para os termos "temperatura" e "comprimento", válidas apenas dentro de uma faixa limitada de circunstâncias (HEMPEL, 1974, pp. 124-125).

Para Carnap, um par de redução define os termos disposicionais quando experimentos são levados a cabo, e outro quando nenhum experimento é levado a cabo. Formalmente:

(i) $Q1 \rightarrow (Q2 \rightarrow Q3)$ (se realizarmos a condição experimental Q1, então, encontrando o resultado Q2, a afirmação Q3 é significativa).

(ii) $Q4 \rightarrow (Q5 \rightarrow \neg Q3)$ (se realizarmos a condição experimental Q4, então, encontrando o resultado Q5, a afirmação Q3 *não* é significativa).

O par de redução (ii) foi criado para dar conta dos casos em que nenhum experimento é levado a cabo. A idéia de Carnap era atribuir significatividade ou não à afirmação Q3, simplesmente analisando os experimentos Q1 e Q4 e verificando os resultados Q2 e Q5. Essas idéias de Carnap teriam se aproximado ao que pensava Bridgman na época, exposto por Klimovsky nos seguintes termos:

> [o operacionalismo] vincula-se ao pensamento do físico e epistemólogo Percy Bridgman, especialmente desenvolvido em seu livro *La naturaleza de la teoría física*, e também ao de Carnap, quando em uma de suas numerosas mudanças, abandonou o construtivismo e adotou uma concepção mais ampla vinculada com sua teoria lógica chamada ‘orações redutivas’, encontrada em ‘Testability and Meaning’ (KLIMOVSKY, 1994, p. 323).

Para Klimovsky, há uma identidade estrutural entre o operacionalismo de Bridgman e os pares de redução de Carnap. Para ele, o operacionalismo de Bridgman teria a seguinte estrutura: “Se *x* experiencia *E* (estímulo ou estado de coisas), então *x* tem a propriedade *P* se e somente se *x* experiencia a resposta *R*”, isto é, $E(x) \rightarrow (P(x) \leftrightarrow R(x))$, a qual se assemelha à estrutura formal $Q1 \rightarrow (Q2 \rightarrow Q3)$ de Carnap. Porém, Carnap explicitamente se preocupou com a questão dos termos disposicionais na ciência, elaborando dois pares de redução: o primeiro, para quando experimentos são levados a cabo e, o segundo, para quando não existem experimentos. Já Bridgman não se preocupou com o problema, para ele parecia evidente que nenhuma conclusão poderia ser obtida caso nenhuma operação fosse levada a cabo. Para Klimovsky:

> A pergunta por *P* somente pode ser feita caso primeiro as operações que permitem afirmar a presença de *E* forem levadas a cabo: quando isso estiver garantido, será legítimo falar de *P* apenas para os casos que apresentaram uma resposta *R*. (...) A idéia central que subjaz a proposta [*do operacionalismo*] é que a pergunta pela presença ou ausência de *P* só é pertinente perante fatos que decidam a presença ou ausência de *R* (KLIMOVSKY, 1994, p. 324).

Historicamente, o operacionalismo de Bridgman pode ser considerado uma estratégia (talvez, desesperada) de Carnap para salvar o critério de significado do empirismo lógico. Porém, mais tarde, acabou abandonando tais idéias.

Apesar da proximidade com o operacionalismo na época, Carnap (e também Hempel) divergia de Bridgman em pelo menos um ponto importante, a saber, na proliferação dos conceitos físicos. Bridgman sustentava que operações distintas definem conceitos também distintos. Por exemplo, “temperatura” quando medida por termômetros de álcool ou por termômetros de mercúrio deveria ser chamada por nomes diferentes, como “temperatura 1”, para a primeira forma de medir, e “temperatura 2”, para a segunda. Ou também, “temperatura-álcool” e “temperatura-mercúrio”. Assim, um conceito simples como “comprimento” acabaria se ramificando em diversos outros como “comprimento-métrico”, “comprimento-óptico”, “comprimento-radar”, etc., dependendo da forma como é medido o conceito. Usar o mesmo conceito para diferentes formas de medi-lo pressupõe *equivalência nos resultados operacionais* para Bridgman, um pressuposto que poderia ser aceito apenas para operações muito simples, porém não para operações refinadas como as do universo quântico. Nesse domínio, em alguns casos, uma diferença numérica poderia surgir, a qual nem sempre seria detectável. Para Bridgman:

> A rigor, o comprimento quando medido por feixes de luz deve ser chamado por outro nome, pois são operações diferentes. A justificativa prática para manter o mesmo nome é que em nosso atual limite experimental uma diferença numérica entre os resultados dos dois tipos de operações *ainda* não foi detectada (BRIDGMAN, 1927, p. 16). [*grifo meu*]

> Quando um rigor maior é exigido acredito que a necessidade de especificação única é óbvia, de outra forma não poderíamos nos proteger contra futuras descobertas experimentais de novos pequenos efeitos, viciando a suposta equivalência de diferentes operações (BRIDGMAN, 1959, pp. 47-48).

Bridgman tem em mente que diferentes formas de medir um conceito alteram o significado do próprio conceito, sendo necessário um novo termo para expressar o novo significado. Para ele, é muito comum cientistas de áreas diferentes terem noções diferenciadas de um mesmo conceito. “Distância” (por ex.) não significa a mesma coisa para cientistas de áreas diferentes, como para astrônomos e biólogos. Os astrônomos levam a cabo operações mais refinadas de distância, utilizando “anos-luz” como unidades de medida para a distância entre planetas, etc. Já o biólogo pode simplesmente descartar operações refinadas, pois, pela sua pesquisa, pode dar conta do significado do termo “distância” simplesmente fazendo operações com réguas métricas (por ex.). Os significados também são diferenciados por esse motivo, para Bridgman.

Para Klimovsky, a concepção bridgmaniana transforma conceitos simples num complexo de conceitos de muito pouco alcance. Num exemplo simples, “magnético” pode ser definido pelo menos de duas formas distintas, da forma clássica e da forma “à la Faraday”. Do ponto de vista clássico, basta colocar um corpo em contato com um arame, girando-o de uma certa maneira. O corpo será magnético apenas caso surgir uma corrente elétrica no arame. Do ponto de vista operacional, nesse caso, o cientista estaria definindo o conceito “magnético à grega”. Se o cientista verificar o conceito através de materiais magnéticos, como pilhas ou galvanômetros, ele estaria definindo o conceito “magnético à Faraday”. Portanto, um conceito como “magnético” vai se ramificando em uma multiplicidade de conceitos de menor alcance para Klimovsky, numa multiplicidade cada vez maior na física, devido ao aumento de instrumentos de medida e de formas diferentes de medir os conceitos. Portanto, afirma Klimovsky:

> A concepção de Bridgman tem o atrativo de não confundir noções que possam ser, em princípio, distintas, porém, com um inconveniente notório: transformar cada conceito da física em uma quantidade fragmentária de pequenos conceitos de muito pouco alcance, pois só poderiam ser empregados em situações muito peculiares (KLIMOVSKY, 1994, p. 235)[27].

A tese de Bridgman tem um endereço certo, a saber, evitar na física o que ele chamava de “convencionalismo excessivo” na forma de medir os conceitos físicos, como vemos (por ex.) em Poincaré. Para Poincaré, quando existe pelo menos duas formas diferentes de medir um conceito, o cientista geralmente adota a mais conveniente, guiado

[27] Acredito que Bridgman tenha percebido o pouco alcance dos conceitos de que fala Klimovsky, e talvez por isso relaxou a exigência, ou seja, considerou necessária a ramificação de conceitos apenas para operações refinadas.

pela experiência. Bridgman alerta para alguns cuidados que devem ser observados nessa escolha:

> De acordo com esse ponto de vista [de Poincaré], energia é apropriadamente descrita como uma convenção, feita para atender nossas conveniências, mas sem nenhum significado mais profundo. O argumento de Poincaré para isso é de que se fossemos confrontados por uma situação na qual a conservação de energia aparentemente fracassou, salvaríamos imediatamente a situação inventando uma nova forma de energia. Acredito, no entanto, que isso é apenas parcial e que energia é muito mais do que mera convenção. Pois, após termos inventado uma nova forma de energia para tratar de uma nova situação específica, requer-se que a nova forma de energia seja aplicável a todas as outras situações em que essa nova energia aparece. Por exemplo, essa nova energia magnética formulada deve ser aplicada em toda situação na qual a força magnética aparece. Muito mais do que isso, há relações recíprocas envolvendo a nova energia e todo o universo do discurso prévio sobre a termodinâmica antes da nova energia ter sido reconhecida (BRIDGMAN, 1980 [1952], pp. 24-25).

> Não creio que uma situação física qualquer pode ser completamente reduzida a uma pura convenção, embora seja fácil ter essa impressão dos escritos de Poincaré e de outros. (...) É por essa razão que tenho uma desconfiança instintiva da redução da força do campo de gravidade para o campo da geometria pura feita por Einstein. O campo gravitacional não pode ser exaustivamente caracterizado pela curvatura local do espaço – se isso fosse tudo o que há, a força seria uma mera convenção. Mas sempre deve haver algo que dê a curvatura do espaço – corpos gravitando em algum lugar no fundo – e são esses que removem o elemento de pura convenção e dão realidade física à força ao fornecer um segundo método para resolver a questão. (...) Embora esse trabalho de obter o mesmo termo por mais de um caminho seja universal e de grande utilidade como nos dar liberdade frente aos aspectos convencionais puramente formais das definições, a situação é freqüentemente nebulosa e nem sempre é claro o que o termo é, o que é o mesmo termo ou o que

> constitui dois diferentes caminhos para se chegar lá (BRIDGMAN, 1959, pp. 51-53).

Uma solução interessante ao problema também aparece com Carnap[28]. Para Carnap, não existe uma proliferação de conceitos como pensava Bridgman, mas sim, um *único* conceito, apenas definido *parcialmente* de formas diferentes. Portanto, as diferentes formas de medir “comprimento” definiriam apenas parcialmente o conceito e o significado de “comprimento” exigiria justaposição de todas as formas de medir o conceito. Para Carnap:

> Ao invés de dizer que temos vários conceitos de comprimento, cada um definido por um procedimento operacional diferente, prefiro dizer que temos um único conceito de comprimento, parcialmente definido pelo sistema inteiro da física, incluindo as regras para todos os procedimentos operacionais usados para medir o comprimento (CARNAP, 1966, p. 103).

> Bridgman pôde falar de definições operacionais para seus termos teóricos somente porque ele não estava falando de um conceito geral. Ele estava falando de conceitos parciais, cada qual definido por um procedimento empírico diferente (CARNAP, 1966, pp. 235-236).

Hempel concorda parcialmente com a proliferação dos conceitos sustentada por Bridgman. Para Hempel, a solução de Bridgman evitaria apelar para generalizações empíricas, porém, critica a multiplicidade de conceitos que surgiriam dessa forma. De acordo com Hempel:

> Ora, segundo Bridgman, dizer que duas operações de medida têm os mesmos resultados no intervalo de comum aplicabilidade é fazer uma generalização empírica

[28] Cf. CARNAP (1966). Cf. também HEMPEL (1954).

> que mesmo apoiada em testes cuidadosos poderia ser falsa. Por esse motivo Bridgman sustenta que seria ‘perigoso’ considerar dois procedimentos operacionais como determinando o mesmo conceito (HEMPEL, 1974, p. 118).
>
> Porém:
>
> O preceito operacionalista em pauta nos obrigaria a provocar uma proliferação de conceitos de comprimento, de temperatura e de todos os outros conceitos científicos, não só praticamente intratável, mas teoricamente interminável. E isso seria renunciar a um dos principais objetivos da Ciência, que é o de atingir uma descrição simples e sistematicamente unificada dos fenômenos empíricos (HEMPEL, 1974, p. 120).

Para Hempel, a rigor, teríamos que concluir da concepção de Bridgman que instrumentos que diferem de alguma forma em sua fabricação ou que não seguem um padrão prescrito, definiriam conceitos como altitude, velocidade, etc., também diferenciados. Para ele:

> (...) a rigor, o uso de dois barômetros, diferindo de algum modo na fabricação, para medir altitudes – ou de dois microscópios diferentes, para determinar o comprimento das bactérias – deveria ser considerado como determinando dois conceitos diferentes de comprimento, uma vez que os detalhes operacionais não seriam exatamente os mesmos (HEMPEL, 1974, p. 120).

Além disso, admite Hempel, quando duas formas de medir um conceito estiverem disponíveis, e os resultados não forem equivalentes, é sempre possível fazer *ajustes* e continuar usando o conceito. O primeiro ajuste seria simplesmente rejeitar a suposta equivalência nos resultados, por se tratar de resultados diferentes, e continuar usando conceitos como (por ex.) comprimento-óptico e comprimento-tátil sem qualquer problema.

Um segundo ajuste seria simplesmente abandonar uma das formas de medir o conceito e continuar usando o conceito "comprimento" porém, com um sentido modificado. Portanto, admite Hempel: "(...) *Seja pelo abandono de uma lei putativa, seja pela modificação da interpretação operacional de um termo, sempre poderia ser feito um ajuste aos resultados empíricos discordantes*" (HEMPEL, 1974, p. 119).

Além dessas críticas ao operacionalismo (que acredito serem as principais), Bridgman encarou no simpósio de 1953 objeções de físicos importantes. Um pouco à maneira de Feigl, Margenau (1954), Bergmann (1954) e Lindsay (1954) apresentaram algumas limitações do operacionalismo de Bridgman na física. De forma breve, farei uma exposição disso[29].

Para Margenau, o operacionalismo de Bridgman não pode ser considerado uma teoria de significado para os conceitos científicos porque conceitos importantes como alguns da física quântica não são definidos dessa forma. Esse é o caso de "elétrons", "função Ψ", etc.: "*É possível definir, em termos de procedimentos instrumentais, a carga, a massa, e o spin de um elétron, mas dificilmente o próprio elétron*" (MARGENAU, 1954, p. 39). Como vimos, operacionalmente, elétrons são construtos, se referem a inobserváveis porque não podem ser diretamente experienciáveis. O mesmo ocorre com outros construtos como "campos elétricos", "campos magnéticos", etc. Bridgman jamais pensou que tais termos presentemente poderiam ser verificáveis por operações.

Outra limitação do operacionalismo é exposta por Bergmann (1954). Para ele, nem todos os conceitos científicos são introduzidos por definição, ou seja, alguns são definidos

[29] Cf. HEGENBERG, 1963, pp. 496-528.

simplesmente interpretando o cálculo axiomático da teoria. Isso gera conceitos altamente teóricos, nem sempre passíveis de definição operacional. O exemplo de Bergmann é o de "molécula" na teoria cinética dos gases de 1890, segundo ele, introduzido na teoria pela interpretação do cálculo axiomático.

A crítica de Lindsay (1954) pode ser resumida da seguinte forma:

> Estou confuso com a frase "embora talvez indiretamente" da citação feita por Bridgman. Talvez aí esteja o centro de minha dificuldade. Se ao invés de conexão indireta de postulados com a experiência fosse simplesmente dito que suas conseqüências logicamente deduzidas podem ser instrumentalmente verificadas, então não há problema; mas creio que não é isso o que Bridgman quer dizer (LINDSAY, 1956, p. 73).

Acredito que uma resposta a essas críticas já aparece no que foi exposto do operacionalismo. Como disse, Bridgman reconhecia que nem todos os conceitos da ciência poderiam ser definidos por operações físicas, por isso aceitou construtos, modelos matemáticos e físicos nas teorias físicas. Ele tinha consciência de que nem todas as manipulações matemáticas tinham correspondentes passíveis de serem experienciados por operações físicas. Na ocasião do simpósio, citou o conceito "função Ψ" como exemplo de conexão indireta entre operações matemáticas e físicas (respondendo a Lindsay). Para ele, "função Ψ" é um conceito mental (um construto), não obtido por operações físicas, mas que aparece em operações de integração na matemática como resultado da densidade de cargas elétricas. Densidade elétrica é um conceito significativo empiricamente, obtido por operações físicas. Portanto, "função ψ" é um construto que aparece nas operações simbólicas, mas estabelece apenas conexão indireta com operações físicas.

Um pouco mais tarde, em *The Way Things Are* (1959) (uma versão considerada mais amadurecida do operacionalismo), Bridgman procurou explicar os motivos de algumas limitações de sua concepção metodológica na ciência. Questões de natureza epistemológica estavam envolvidas. A principal delas é de que o operacionalismo descreve o mundo de forma apenas *aproximada*, porque não temos acesso (e jamais teremos) à totalidade de operações que podem ser levadas a cabo, mas apenas a um número muito restrito delas. Como nosso conhecimento do mundo passa pelo uso de procedimentos operacionais, fatalmente, o conhecimento dele é apenas aproximado: "*Uma completa caracterização ou descrição do mundo seria aquela que nos permitiria saber o resultado de qualquer uma das numerosas operações infinitas*" (BRIDGMAN, 1959, pp. 44-45). Com efeito, as teorias físicas também são instrumentos que explicam o mundo de forma apenas aproximada, porém, uma explicação que está constantemente sendo aprimorada na medida em que instrumentos de medida mais precisos surgirem. Uma noção de verdade aproximada também está envolvida na concepção de Bridgman, no sentido de que as teorias não fornecem uma descrição verdadeira do mundo, mas uma descrição apenas aproximada.

De maneira geral, Bridgman parece ter se preocupado pouco com algumas questões filosóficas pertinentes à sua concepção. Uma delas é sobre como são verificados operacionalmente alguns termos como "operação", "procedimento operacional", etc. Se tais termos são significativos operacionalmente, Bridgman não fornece uma forma de poder verificá-los. Em 1952, a tentativa de Bridgman parece ter sido a de desconsiderar a questão, declarando explicitamente o seguinte: "*Nesta análise o próprio conceito de operação é aceito como não-analisado*" (BRIDGMAN, 1980 [1952], p. 8).

Possivelmente Bridgman estivesse pensando em algo análogo ao que vemos, por exemplo, em Popper em sua *A Lógica da Pesquisa Científica*, porém, não foi explícito nisso. Popper reconhece a existência de um círculo vicioso submeter o conceito (que se refere a um método) ao próprio método referido por ele. Essa "evitação" ao problema foi com o objetivo de impedir que o critério falseacionista fosse submetido à falseação, isto é, aplicado sobre si mesmo. Bridgman claramente não se preocupou com a questão, tratou o conceito "operacionalismo" simplesmente como um termo não-analisável, talvez numa tentativa de evitar uma circularidade como detectada por Popper, porém, não explicitou a questão com o merecido valor.

Bridgman também deu pouca atenção para a forma como são verificados conceitos físicos interessantes como "espaço-vazio". Do ponto de vista operacional, "espaço" é um conceito físico que depende de medições (por ex.) de comprimento de/entre objetos físicos. Assim, verificar "espaço-vazio" utilizando instrumentos físicos implica em duas coisas: quando instrumentos físicos são utilizados, automaticamente já não temos mais uma noção do conceito, pois o espaço não estará vazio; não utilizar instrumentos de medida implica simplesmente em não ter uma noção do conceito. Diante dessa situação, a saída de Bridgman foi simplesmente considerar o conceito como um não-analisável, como necessidade da razão, porém, não se preocupou em apresentar justificativas filosóficas mais plausíveis para sua tese.

Há uma crítica interessante de Grünbaum (1954) que sequer foi tratada por Bridgman. Para Grünbaum, Bridgman teria se equivocado ao interpretar a teoria da relatividade de Einstein. O equívoco de Bridgman teria sido em pensar que a teoria de Einstein representa uma crítica aos conceitos definidos pelas propriedades nas teorias científicas. De acordo com Grünbaum, a teoria da relatividade restrita de Einstein jamais abandonou a tentativa de fixar as propriedades da matéria, ela apenas refinou o método de fazê-lo para se conformar com as novas experiências. Para ele: "*O que a teoria da relatividade nos ensinou, entretanto, é que as propriedades e relações de eventos físicos e objetos são diferentes em aspectos muito importantes daqueles que Newton postulou*" (GRÜNBAUM, 1954, p.229).

Essas podem ser consideradas algumas limitações filosóficas do pensamento de Bridgman e que precisam ser apontadas. Naturalmente, essas limitações ocorrem por uma visão diferenciada da ciência por cientistas e filósofos. O objetivo de Bridgman não foi uma visão acabada de todas as implicações filosóficas de sua concepção, e foi criticado por isso (especialmente por filósofos). A exposição teve como objetivo apresentar e analisar o cenário vivido por Bridgman na época. No próximo capítulo, analiso o caso da lógica, em contextos físicos e matemáticos.

CAPÍTULO 2

OPERACIONALISMO NA LÓGICA

Resumo:

Neste capítulo analiso a interpretação operacional da lógica, na lógica aplicada em contextos físicos e em contextos matemáticos. Na primeira seção, trato sobre a aplicabilidade de princípios lógicos importantes em contextos físicos, segundo critérios operacionais. A validade em geral do princípio do terceiro excluído e seus equivalentes será contestada. Analogamente, na segunda seção, para a lógica aplicada em contextos matemáticos.

Bridgman não aceita o caráter "compulsivo" da lógica, ou seja, a concepção de que as verdades lógicas se impõem a nós, e o fazem por razões puramente formais. Para ele, também as verdades lógicas precisam ser *verificadas* por *procedimentos operacionais* e nenhuma verdade lógica é aceita se não for verificada dessa forma. A questão é: como são verificadas operacionalmente as verdades de princípios e raciocínios lógicos? Para Bridgman, a resposta é uma só, a saber, quando forem aplicados em contextos *físicos*, devem ser verificados por operações *físicas* (ou instrumentais) e, quando aplicados na *matemática*, por operações *matemáticas* regradas.

De maneira geral, há um caráter fortemente *instrumental* na forma como Bridgman concebe a lógica, a saber, simplesmente como instrumento criado pelo pensamento e pela linguagem, *útil* na medida em que puder ser aplicada em contextos físicos ou matemáticos.

Um pouco à maneira de Poincaré[30], Bridgman atribui uma certa esterilidade à lógica sempre que suas verdades se tornarem conseqüência meramente de uma certa estrutura formal. Exigir, portanto, que as verdades lógicas sejam verificadas foi a solução encontrada por Bridgman para resolver o problema. Para ele:

> Considere, por exemplo, a forma clássica: todos os homens são mortais, Sócrates é homem, então Sócrates é mortal. Quando me pergunto como estou seguro operacionalmente de que a premissa maior é correta, isto é, como sei que todos os homens são realmente mortais, a única resposta é que sei porque tenho verificado por observação que todos os homens são mortais, em cujo caso já verifiquei que Sócrates é mortal. A justificativa para o silogismo deve ser buscada fora de sua habilidade de revelar-nos verdades novas (BRIDGMAN, 1980 [1936], p. 36).

À maneira intuicionista, a interpretação operacional da lógica é dada em termos de *condições de verificabilidade*, não de *condições de verdade* como na lógica clássica[31]. Uma conseqüência imediata dessa interpretação é simplesmente a rejeição da validade em geral de princípios lógicos como o princípio do terceiro excluído. Isso significa conceber a lógica clássica ou aristotélica simplesmente como um instrumento limitado quando aplicada em domínios físicos e matemáticos. A validade, portanto, de princípios como o terceiro excluído restringe-se apenas aos contextos que são verificáveis operacionalmente. O papel da verificação das verdades lógicas no operacionalismo de Bridgman está vinculado a uma *teoria de significado* para as afirmações e princípios lógicos, ou seja, são significativas as instâncias dos princípios lógicos verificáveis operacionalmente. Para Bridgman:

---

[30] Cf. POINCARÉ, 1924.

[31] Essa é uma das principais conexões entre operacionalismo e intuicionismo. No próximo capítulo os detalhes serão apresentados.

> Se respondermos operacionalmente a questão sobre o que é um princípio geral examinando o que fazemos com ele, veremos que é uma regra de procedimento que aceitamos como guia válido para nos conduzir em casos além das nossas experiências presentes. Se perguntarmos como estamos seguros da existência de tais guias, a resposta deve ser que jamais estaremos seguros até termos ensaiado, considerando que o futuro não está determinado pelo passado (BRIDGMAN, 1980 [1936], p. 34).

2.1. NA LÓGICA APLICADA À FÍSICA

O princípio do terceiro excluído aplicado em contextos físicos é analisado por Bridgman. O objetivo é verificar até que ponto as instâncias do princípio podem ser verificadas e, principalmente, quais instâncias o princípio não se aplica. Nos detalhes.

Como disse, ($A\vee\neg A$) é válido e significativo operacionalmente apenas quando *A* ou não-*A* for verificável por procedimentos operacionais. Portanto, se o princípio for válido em geral, a situação **(1)** ou **(2)** ocorre: **(1)** quando falhar as operações que determinam não-*A*, automaticamente *A* é verificado; **(2)** quando falhar as operações que determinam *A*, automaticamente não-*A* é verificado. Para Bridgman: "*A lei do terceiro excluído determina que se operar de acordo com uma ou outra das duas regras da operação, então devo encontrar que uma delas obteve um resultado positivo*" (BRIDGMAN, 1980 [1936], p. 36). Porém, a situação **(1)** ou **(2)** nem sempre ocorre, em particular, quando envolve operações chamadas "críticas" por Bridgman, isto é, em contextos físicos *indetermináveis*. Um exemplo simples, o da "verdura" ou não de uma maçã é apresentado por Bridgman.

O exemplo é bastante simples. A instância “a maçã é verde ou não é verde” seria verdadeira se operações físicas verificassem a “verdura” da maçã ou a “não-verdura” dela. O teste é feito verificando o comprimento de onda de luz refletida, nos seguintes termos: “(...) *por definição uma maça é verde se o centro de intensidade de luz refletida tem um comprimento de onda entre 5200 e 5600 Ängstroms*” (BRIDGMAN, 1980 [1936], p. 38). A questão é saber se o teste é determinante ou não para todos os casos, isto é, para todas as maçãs. Bridgman, *fatalmente*, responde negativamente à questão por dois motivos: **(1)** pela *incerteza nas medidas físicas* (admitindo leituras imperfeitas dadas pelos instrumentos de medida); **(2)** por *falhas na observação do experimento* feita pelo cientista. Como disse, essas indeterminações normalmente ocorrem em casos considerados “críticos” na física; no caso da maçã, quando o comprimento de onda estiver muito próximo de 5200 ou de 5600 Ängstroms. De acordo com Bridgman:

> A questão agora é: pelo teste feito podemos sempre afirmar que uma maçã satisfaz a propriedade ou não? É óbvio que não, sabemos isso devido à incerteza instrumental e os erros na observação dos casos, os quais não podemos dizer se o comprimento de onda é maior ou menor que um dos valores críticos dados. (...) Isso parece ser uma característica de muitos juízos envolvendo processos físicos – a lei do terceiro excluído não é uma descrição válida de nossa experiência física real – deve existir uma terceira categoria, a do duvidoso, além da positiva e negativa (BRIDGMAN, 1980 [1936], p. 38).

Operacionalmente, o princípio do terceiro excluído *não* vale:

1) Para afirmações envolvendo conceitos de contornos indefinidos, como grande parte dos conceitos empíricos (por ex., verde);

2) Para afirmações físicas quaisquer, se os conceitos envolvidos nas asserções não admitem critérios operacionais de aplicação;

3) Para juízos semanticamente mal-formados: por exemplo, a virtude é verde, nos seguintes termos: “*A dificuldade aqui é obvia – o conceito de verde não se aplica à virtude pela simples razão de que não há operações para decidir se a virtude é verde ou não – o conceito não é aplicável, e a afirmação ‘a virtude é verde’ é desprovida de significado*” (BRIDGMAN, 1980 [1936], p. 38).

4) Para afirmações não verificáveis por operações levadas a cabo no presente, mas envolvem operações-de-espera ou programas de procedimento.

Bridgman não tem dúvida de que o princípio do terceiro excluído (e demais princípios lógicos) é aplicável apenas nos contextos empíricos verificáveis operacionalmente, e válido também apenas nesse domínio. Portanto, são significativas apenas as afirmações que pertencem ao universo do “verificável operacionalmente” e são desprovidas de significado aquelas não pertencentes a ele.

Dois pontos importantes relacionados ao famoso princípio de incerteza de Heisenberg (1927) estão vinculados a essa análise de Bridgman.

Em primeiro lugar, para Bridgman, a incerteza nas medições é provocada pela imperfeição dos instrumentos de medida e pela observação do sujeito, e não por um suposto "distúrbio" causado pela ação dos instrumentos de medida no sistema atômico como determina uma interpretação corrente do famoso princípio de incerteza de Heisenberg. Para Bridgman, existe apenas o mundo fenomênico, portanto não haveria uma forma de detectar tal "distúrbio". A incerteza ocorreria na forma de acesso ao mundo, nas medições físicas, não como algo pertencente a uma suposta realidade intrínseca dos objetos. Dessa forma, Bridgman interpreta epistemologicamente o princípio de incerteza de Heisenberg[32]. Essa idéia aparece em passagens como a que segue:

> O princípio de Heisenberg *não* foi formulado para dizer que a natureza é construída de tal forma que não podemos simultaneamente medir posição e momento com uma precisão qualquer desejada, implicando que uma partícula "realmente tem" simultaneamente posição e momento, mas que eles são inacessíveis para nós (BRIDGMAN, 1959, p. 63).

Em segundo lugar, Bridgman está falando de incertezas em qualquer medição crítica particular, ou seja, em qualquer experimento crítico particular. O princípio de Heisenberg se refere à incerteza produzida por medições conjugadas de objetos quânticos. Para Bridgman:

> De acordo com esse princípio [de Heisenberg] não é possível fazer medições simultâneas de posição e momento com precisão ilimitada, mas ao aumentar a precisão de um paga-se o preço de diminuir a precisão de outro. Isso pode ser

[32] Reconhecidamente, há pelo menos três interpretações importantes do princípio de Heisenberg, a saber, a interpretação ontológica, epistemológica e estatística do princípio. Em CHIBENI, 2005 (por ex.) aparece uma exposição dessas interpretações. Bridgman utiliza o termo "indeterminação" dando a entender que se tratam de "incertezas" nas medições, revelando a natureza epistemológica da questão.

> expresso dizendo que o aspecto da posição e o aspecto do momento são aspectos "complementares". O paradoxo aparente nessa situação, fortemente sentido por muitas pessoas, desaparece quando se considera que o elétron não significa nada por si mesmo, mas apenas num contexto com um aparato. "Posição" de um elétron significa uma medida obtida em um complexo incluindo um tipo particular de aparato, um "aparato de posição". Similarmente, o momento de um elétron tem significado somente em um contexto incluindo um "aparato de momento". Se reconhecemos que não há uma razão a priori para que os dois aparatos sejam os mesmos, o paradoxo desaparece da afirmação de que o elétron não pode simultaneamente ter posição e momento (BRIDGMAN, 1959, pp. 177-178).

Facilmente podemos encontrar exemplos de medições isoladas de posição ou de momento, sem a necessidade de conjugá-las como aparece na interpretação de Heisenberg. Em particular, se o cientista escolher colocar a tela de detecção no *plano de imagem* da lente do microscópio, ele medirá a posição do elétron com boa resolução. Se a tela for colocada no *plano focal*, o que será medido com boa resolução é o momento do elétron.

De maneira geral, o objetivo da seção foi apontar os limites da lógica clássica aplicada à física e apresentar questões interessantes sobre medições consideradas críticas da física. Na próxima seção analiso a lógica nos contextos matemáticos, bem como as limitações que a interpretação operacional impõe nesse domínio.

2.2. NA LÓGICA APLICADA À MATEMÁTICA

Na lógica aplicada em contextos matemáticos não é diferente. O operacionalismo exige que as instâncias matemáticas dos princípios lógicos sejam verificadas por operações matemáticas regradas. Como disse, Bridgman concebe as operações matemáticas como operações de cálculos regrados, de manipulação simbólica. Através dessas operações, temos uma demonstração do resultado e o conhecimento de um valor de verdade das afirmações.

Na lógica da matemática, são verificáveis operacionalmente apenas asserções matemáticas sobre domínios *finitos* ou *infinitos potenciais*. Em domínios matemáticos *finitos*, um exame exaustivo dos casos é a forma como Bridgman pensa em verificar as instâncias. Porém, lembrando apenas, há uma restrição importante nesse contexto, o caso de instâncias como "$2^{1001} + 1$ é primo ou $2^{1001} + 1$ não é primo" [33], ou seja, de verificações cujo tempo de espera ultrapassa o da vida de um homem, apesar do predicado (primo) ser decidível por regra. Essa limitação não aparece (por ex.) no intuicionismo de Brouwer. Brouwer aceita verificações apenas *em princípio* na matemática, exigindo apenas que esteja disponível um procedimento de demonstração. Ele não precisa ser efetivamente levado a cabo como no operacionalismo.

Em domínios matemáticos infinitos, as instâncias matemáticas são verificáveis quando o predicado da afirmação for decidível[34] por regra ou algoritmo. É necessário o conhecimento de um resultado, portanto, a verificação deve respeitar o limite temporal

[33] Esta questão foi tratada na primeira seção do Capítulo 1.
[34] Lembrando, decidível tem um significado diferente no operacionalismo de Bridgman.

exposto acima. Por exemplo, uma forma possível de fazer a verificação, proposta por Bridgman, é analisar se os contra-exemplos são excluídos ou não por definição. Para ele:

> Qual método deve demonstrar que a definição dos membros da classe infinita foi dada de tal forma que eliminou automaticamente qualquer membro que não tem a propriedade em questão? Isso pode não ser algo óbvio vindo da própria definição, mas a prova pode envolver um processo de dedução lógica, utilizando vários recursos da lógica como, talvez, o princípio de contradição, o qual consiste em mostrar que uma contradição aparece caso a propriedade inversa é assumida. Como exemplo, considere a classe infinita dos números ímpares. Todos têm a propriedade que seu quadrado é ímpar, porém, isso requer prova e ela não está contida na própria definição da classe. Obviamente, a lei do terceiro excluído se aplica à situação, pois quando sabemos que uma certa afirmação é verdadeira para todos os membros de uma classe, podemos obviamente dizer que a afirmação é verdadeira ou falsa, já sabendo que é verdadeira (BRIDGMAN, 1980 [1936], p. 40).

Uma afirmação matemática universal é verificável operacionalmente quando existir, por exemplo, um algoritmo que a compute (em outros termos, quando o predicado da afirmação for decidível). Além disso, o conceito "todo" da afirmação deve ser interpretado como "qualquer", no sentido de que é possível conhecer "qualquer" elemento de uma série infinita, mas jamais todos eles[35].

Bridgman critica o uso do conceito "todo" em contextos matemáticos infinitos, normalmente interpretado pelos matemáticos como se referindo a uma totalidade infinita atual, ao invés de ser interpretado apenas potencialmente, como um conjunto sempre aberto à possibilidade de introdução de novos elementos. De maneira geral, a crítica de Bridgman

[35] Há, como vimos, restrições ao uso de "qualquer", não verificável, por exemplo, em situações limitadas temporalmente, como "$2^{1001}+1$ é primo ou não".

é ao uso indevido do infinito atual na matemática, inexistente do ponto de vista construtivo, por pressupor (por ex.) a existência de elementos não experienciados por procedimentos de demonstração. Do ponto de vista operacional, existe na matemática apenas conjuntos infinitos potencialmente, conjuntos enquanto *processos* em constante preenchimento[36].

De maneira geral, examinar exaustivamente os casos ou verificar se os contra-exemplos são excluídos ou não por definição são critérios *finitistas* de verificação dos princípios lógicos sobre domínios matemáticos. Por exemplo, uma instância matemática do princípio do terceiro excluído "para todo x, x é par ou x não é par" é verificável operacionalmente apenas se o conceito "todo" for interpretado como "qualquer", se referindo, como disse, sempre a um conjunto potencial, sempre aberto. Neste caso, procedimentos efetivos, tais como algoritmos, facilmente computam a afirmação. Porém, um requisito básico não deve ser esquecido, a saber, o predicado da afirmação deve ser decidível.

Como os princípios lógicos no contexto matemático restringem-se ao demonstrável operacionalmente, qualquer instância indemonstrável é simplesmente desprovida de significado operacional pela inexistência de um procedimento de demonstração. Exemplos como a famosa conjectura de Goldbach e a hipótese do contínuo são alguns casos particulares disso. Por exemplo, a afirmação "para todo número n par maior que 2, existem números primos p e q tais que $n = p+q$" não é demonstrável por procedimentos operacionais ou por qualquer outro procedimento (pelo menos disponível presentemente). Assim, $P(x) \vee \neg P(x)$, para qualquer x, não é operacionalmente válida em geral na

[36] A conexão com o pensamento, por exemplo, de Brouwer é evidente.

matemática, mas, como disse, válida apenas em contextos matemáticos demonstráveis/construtíveis.

Outro exemplo de indemonstrável na matemática (explicitamente referido por Bridgman na época[37]) é a famosa afirmação de Brouwer, a saber, "em algum lugar na expansão decimal de π existe, ou não, a seqüência de dígitos 0123456789". A afirmação seria significativa operacionalmente se: **(1)** existir um procedimento de demonstração da existência da seqüência ou; **(2)** existir uma demonstração de que a existência da seqüência conduz a uma contradição[38]. Como não há uma determinação operacional por um dos disjuntos, ela é simplesmente desprovida de significado operacional; não temos também o conhecimento de um valor de verdade a ela. Esse é um exemplo que demonstra a não-validade em geral do princípio do terceiro excluído na matemática, demonstrando também, que há problemas matemáticos insolúveis, de acordo com a interpretação operacional. Para Bridgman:

> Ela (a afirmação sobre π) seria verdadeira caso fosse possível exibir o lugar na expansão onde a seqüência ocorre. Mas nem eu, nem ninguém pode fazer isso. Ou ela seria falsa se pudesse mostrar que a afirmação de que a seqüência ocorre em algum lugar definido conduz a uma contradição. Mas isso novamente não pode ser feito. Portanto, a situação operacional da afirmação é a seguinte: como nenhum dos procedimentos pelos quais verdade ou falsidade da afirmação podem ser provados para serem aplicados, o conceito de verdade é simplesmente inaplicável nesse caso, e a afirmação desprovida de significado. (...) Sem dúvida essa conclusão parece ainda mais insatisfatória, porque exibe a verdade como algo não-absoluto, mas, nesse caso, como dependente do grau de destreza matemática do homem. Mas isso parece apenas uma afirmação da situação atual – significados são determinados por

[37] Atualmente a afirmação é demonstrável.
[38] Nesse caso, a demonstração é de que a seqüência não existe.

operações – operações são executadas por seres humanos no tempo e sujeitas a limitações essenciais do tempo de nossa experiência. (...) A razão do fracasso de nossa operação quando aplicada a uma classe infinita [a seqüência de π] foi ter encontrado limitações impostas pelo caráter temporal de toda atividade, de modo que se tivéssemos sido suficientemente perspicazes para ver o que aconteceria, em princípio, não teríamos antecipado sucesso precipitadamente (BRIDGMAN, 1980 [1936], p. 41-42).

Como aparece na citação, a afirmação sobre a seqüência de π era desprovida de significado operacional na época. Porém, sabemos que a afirmação é perfeitamente entendida, pode ser discutida. Bridgman parece reconhecer que afirmações que não ferem nenhuma regra lingüística, como a seqüência de π, são afirmações com sentido, pois podemos entendê-las, embora sejam desprovidas de significado, por não serem verificáveis. Bridgman não utiliza dois conceitos de "significado" diferenciados nesse caso, mas parece distinguir claramente entre o *sentido* e o *significado* de uma afirmação. Afirmações como "a virtude é verde" parecem estar em outra classe de afirmações, pois são afirmações desprovidas de sentido, além de serem desprovidas também de significado operacional. Nesse caso, não são sequer inteligíveis afirmações dessa natureza, por não haver possibilidade de compreensão.

Junto com o princípio do terceiro excluído na matemática, são objetáveis também princípios lógicos equivalentes por falta de significado operacional em geral[39]. O princípio de dupla negação ($\neg\neg A \rightarrow A$) é um deles. Como o terceiro excluído não é válido em geral para o operacionalismo, é também ilegítimo concluir A a partir da evidência de falhas na operação que demonstra $\neg A$. A única conclusão possível é de que houve falhas nas

[39] Bridgman não fez esta análise, porém, para tornar mais completa a exposição, tratarei de alguns casos.

operações de demonstração de $\neg A$. O intuicionismo de Brouwer também rejeita a validade em geral do princípio mais ou menos nos termos do operacionalismo. Para Brouwer, da demonstração de que não ocorre $\neg A$ conclui-se apenas que não ocorre $\neg A$. Aceitar A implicaria algo mais forte, como dispor de uma demonstração de A. Para intuicionismo e operacionalismo, aceitar $(\neg\neg A \rightarrow A)$ como regra válida em geral pressupõe aceitar também o princípio do terceiro excluído como válido em geral, pois ambas são equivalentes, tanto do ponto de vista intuicionista como operacionalista.

Uma regra lógica muito comum nas demonstrações lógicas e matemáticas também não é válida em geral, a saber, a regra de redução ao absurdo $((\neg A \rightarrow \bot) \rightarrow A)$. A regra faz uso do princípio de dupla negação (passo **2** da visualização abaixo), não válido em geral:

$\neg A$ (não-A / hipótese)

$\vdots$

$\underline{\quad\bot\quad}$ (absurdo)

1) $\neg\neg A$ (não não-A / obtido pela negação da hipótese)

2) $\neg\neg A \leftrightarrow A$ (pela lógica clássica, não não-A é equivalente a A)

3) A ■ (conclusão)

Outro princípio também objetável por intuicionistas e operacionalistas é o princípio lógico de não-contradição $((A \wedge \neg A) \rightarrow \bot) \rightarrow B$. Segundo o princípio, quando uma demonstração de A e uma demonstração de $\neg A$ conduzem a uma contradição, podemos concluir *B*. Intuicionistas e operacionalistas jamais aceitariam uma demonstração de *A* e de $\neg A$ ao mesmo tempo, por se tratar de uma demonstração inconsistente consigo mesma.

Interpretando os princípios lógicos em termos de condições de demonstrabilidade ao invés de ser em termos de condições de verdade, o operacionalismo de Bridgman se opõe ao sustentado pela lógica clássica. O papel da verificação não é fundamental na lógica clássica (ou aristotélica), enquanto o é na lógica intuicionista e na interpretação operacional. Uma forma geral como $\forall(\mathrm{x})\ (\mathrm{P}(x) \vee \neg \mathrm{P}(x))$ é interpretada operacionalmente em termos de condições de demonstrabilidade de $\mathrm{P}(x)$ ou de $\neg \mathrm{P}(x)$. Não existindo uma demonstração, nenhum significado é atribuível às instâncias.

No próximo capítulo trato sobre as aproximações com o intuicionismo de Brouwer na matemática.

CAPÍTULO 3

OPERACIONALISMO NA MATEMÁTICA: APROXIMAÇÕES COM O INTUICIONISMO

Resumo:

Neste capítulo faço conexões importantes entre o operacionalismo de Bridgman e o intuicionismo de Brouwer. Conseqüências na matemática como a rejeição do infinito atual e a prova da diagonal de Cantor evidenciam a aproximação. Na primeira seção, analiso a conexão na lógica e, na segunda, na matemática. Diferenças notáveis também serão discutidas.

3.1. NO CONTEXTO DA LÓGICA

Conexões importantes aparecem na interpretação intuicionista e operacionalista da lógica. O papel da verificação das instâncias dos princípios lógicos, a rejeição da validade em geral do princípio do terceiro excluído e seus equivalentes e a teoria de significado comum em Bridgman e Brouwer são alguns elementos que permitem fazer a conexão. A conexão que será apresentada não foi até o presente objeto de análise acadêmica. Nos detalhes.

(1) Similar ao que ocorre no operacionalismo de Bridgman, a preocupação de Brouwer[40] na lógica é com as *condições de verificabilidade* dos princípios e leis lógicas, divergindo, portanto, da interpretação clássica (e sua ênfase nas condições de verdade). Intuicionistas e operacionalistas enfatizam o papel da verificação nesse contexto. Em particular, para o intuicionismo, as leis lógicas remetem a certas possibilidades efetivas de verificação no seu domínio de validade. Para Brouwer:

> Todos os três princípios (o princípio do terceiro excluído; o princípio de testabilidade; e o princípio de reciprocidade da complementaridade) somente conduzem a verdades, quando essas forem experienciadas (BROUWER, 1975 [1907], p. 524).

> O ponto de vista de que não há verdades não experienciadas e de que a lógica não é um instrumento absolutamente fiel para descobrir verdades foi aceito muito mais tarde na matemática que em relação à vida prática e à ciência (BROUWER, 1983, p. 90).

Considerando o princípio do terceiro excluído na sua forma $\forall(x)\ (P(x) \vee \neg P(x))$, instâncias matemáticas *particulares* do princípio são verificadas quando temos uma demonstração de $P(a)$ ou de $\neg P(a)$, isto é, a demonstração de que pelo menos um elemento satisfaz a propriedade P ou não satisfaz P. Quando estiver disponível a demonstração de um dos disjuntos, um valor de verdade e significado às instâncias são conhecidos. Da mesma forma como no operacionalismo de Bridgman, Brouwer tem em mente uma espécie de análise dos casos como forma de verificar as instâncias lógicas, embora não tenha sido tão explícito quanto o primeiro.

[40] Cf. BROUWER, 1975 [1907], pp. 11-102 (Tese de Doutorado).

Instâncias matemáticas *gerais* do princípio do terceiro excluído são verificadas quando existir uma demonstração de que *todos* os elementos do universo considerado satisfazem a propriedade P ou a propriedade ¬P. O quantificador universal deve se referir a totalidades infinitas potenciais e o predicado da afirmação decidível por procedimentos de demonstração. Porém diferentemente de Bridgman, Brouwer aceita verificações apenas *em princípio* das instâncias. Afirmações como "$2^{1001} + 1$ é primo ou $2^{1001} + 1$ não é primo" são verificáveis intuicionistamente porque *em princípio* temos um procedimento que calcula "primo", bastaria esperar para que um resultado seja conhecido. Porém, como vimos, Bridgman não aceita verificações apenas em princípio na matemática, porque o conhecimento do resultado ultrapassaria o tempo de vida de um homem. Por exemplo, para o intuicionismo, se P é uma propriedade decidível, vale $\forall(x)\ (P(x) \vee \neg P(x))$ para qualquer x. Assim, vale em geral, por exemplo, $\forall(n)$ (n é primo ou n não é primo). Para o operacionalismo, $\forall(n)$ (n é primo ou n não é primo) não é válida em geral, depende do que seja n.

Há uma interpretação da lógica intuicionista elaborada por Heyting (1930)) para afirmações lógicas que seria facilmente aceita também pelo operacionalismo[41], a saber:

$A \wedge B$ (A e B) é verdadeira quando: houver uma demonstração de A e uma demonstração de B.

$A \vee B$ (A ou B) é verdadeira quando: houver uma demonstração de A ou uma demonstração de B.

[41] Com a ressalva de que no operacionalismo as demonstrações não devem exceder um comprimento tal que um homem não consiga acompanhá-las em seu tempo de vida.

$A \rightarrow B$ (Se *A*, então *B*) é verdadeira quando: houver uma demonstração de que a construção de *A* permite construir *B*.

$\forall(x)$ P(x) (para todo *x*, P se aplica a *x*) é verdadeira quando: houver uma demonstração de que todos os elementos do universo considerado satisfazem a propriedade P. P deve ser decidível (como disse, para o operacionalismo, *x* não deve se referir a termos como $2^{1001} + 1$ (por ex.)).

$\exists(x)$ P(x) (existe pelo menos um objeto *x*, tal que P se aplica a *x*) é verdadeira quando: houver uma demonstração de que pelo menos um elemento satisfaz a propriedade P (*x* também não deve se referir a termos como $2^{1001} + 1$ para Bridgman).

A importância dada ao papel da verificação das instâncias matemáticas de princípios lógicos explicita a conexão entre intuicionismo e operacionalismo. Em ambos os casos, existe apenas uma forma de verificação das verdades lógicas ligada à existência de procedimentos de demonstração. Brouwer (por ex.) admite explicitamente que os princípios lógicos clássicos foram transferidos ilegitimamente de contextos matemáticos finitos para contextos matemáticos infinitos, ou seja, de contextos verificáveis para contextos não necessariamente verificáveis.

(2) A validade *em geral* das instâncias de princípios lógicos importantes como o princípio do terceiro excluído é contestada também pelo intuicionismo. A validade das instâncias restringe-se à existência de demonstrações efetivas. Quando uma demonstração estiver indisponível, a validade em geral do princípio torna-se contestável. Para Brouwer:

> Na matemática nenhuma verdade poderia ser reconhecida sem ter sido experienciada, e para uma afirmação matemática α os dois casos formalmente admitidos com exclusividade foram substituídos pelos quatro seguintes: (1) α *provou-se ser verdadeira*; (2) α *provou-se ser falsa, isto é, absurda*; (3) α não provou-se verdadeira nem absurda, mas um algoritmo é conhecido para decidir se α é verdadeira ou α é absurda; (4) α não provou-se verdadeira nem absurda, e *não conhecemos um algoritmo que nos leve a saber se α é verdadeira ou se α é absurda*. No primeiro, segundo e terceiro casos, α é *determinada* (*determinável*) (BROUWER, 1975 [1907], p. 552).

> O silogismo e outros princípios lógicos são sustentados para uma linguagem de raciocínios lógicos sobre conjuntos finitos, sobre conjuntos enumeravelmente infinitos, sobre o domínio do contínuo; mas, em qualquer caso, exclusivamente sobre sistemas matemáticos construtíveis (BROUWER, 1975 [1907], p. 75).

Brouwer aceita indemonstráveis na matemática. O exemplo dado por ele na época é "em algum lugar na expansão decimal de π existe, ou não, a seqüência 0123456789"[42]. Não havia uma demonstração da existência da seqüência, nem uma demonstração de que a suposição da seqüência conduz a uma contradição. A conjectura de Goldbach e a hipótese do contínuo são exemplos de indemonstráveis na matemática atual (pelo menos até o momento). Sobre a expansão decimal de π, há afirmações que não são demonstráveis na

[42] Como disse, hoje um demonstrável.

matemática atual, como: “Há na expansão decimal de π um dígito que ocorre mais freqüentemente que qualquer outro”; “Ocorre na expansão decimal de π uma quantidade infinita de pares de dígitos iguais consecutivos”; etc., devidamente apresentadas por Brouwer na época.

Além do princípio do terceiro excluído, o intuicionismo de Brouwer também não aceita como válidos em geral princípios lógicos equivalentes (similar à exposição anterior do operacionalismo). O princípio de dupla negação é um deles. Brouwer não aceita que de uma demonstração da falsidade de $\neg A$ se siga A como conseqüência, pois, para isso, $A \vee \neg A$ deveria incluir todas as possibilidades (o que não é o caso). Porém, apesar disso, Brouwer aceita facilmente a recíproca, a saber, $A \rightarrow (\neg\neg A)$. Para Brouwer, dada uma demonstração de A e pressuposta uma demonstração de $\neg A$ haveria uma demonstração de $A \wedge \neg A$, o que não pode existir, demonstrando, portanto, $\neg\neg A$. Brouwer aceita também facilmente $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$; $(\neg\neg\neg A \rightarrow \neg A)$ e $(\neg A \rightarrow \neg\neg\neg A)$[43]. Uma regra lógica que também não é válida em geral é a regra de redução ao absurdo (a demonstração foi apresentada no Capítulo 2).

Brouwer acreditava que aceitar a validade em geral do princípio do terceiro excluído na matemática implicava aceitar que todos os problemas da matemática eram passíveis de solução, ou seja, existiria uma demonstração de todas as afirmações matemáticas. Como Brouwer não acatava o princípio geral de solubilidade de todos os problemas matemáticos, ele não podia afirmar que todas as afirmações matemáticas eram demonstráveis pelo sim ou pelo não. Para ele:

[43] Cf. MANCOSU, 1998, p. 277.

> A questão da validade do princípio do terceiro excluído é equivalente à questão de se *problemas matemáticos não-solúveis podem existir*. Não existe uma prova sequer para essa convicção, exposta algumas vezes da seguinte forma: de que não existem problemas matemáticos insolúveis (BROUWER, 1975 [1907], p. 109).

> A longa crença na validade universal do princípio do terceiro excluído na matemática é considerada pelo intuicionismo como um fenômeno da história da civilização da mesma forma como a velha crença na racionalidade de π ou na rotação do firmamento em um eixo passando através da terra. E o intuicionismo tenta explicar a longa persistência desse dogma por dois fatos: primeiramente pela não-contradição óbvia do princípio para uma afirmação arbitrária simples; em segundo lugar pela validade prática do todo na lógica clássica para um grupo extensivo de *fenômenos simples da vida diária* (BROUWER, 1983, p. 94).

(3) Há uma teoria de significado comum na interpretação da lógica de intuicionistas e operacionalistas. Uma instância lógica é significativa quando estiver disponível uma forma de verificá-la. Significado operacional e intuicionista não é dado a instâncias não verificáveis de alguma forma. Interessantemente, Dummett (1978)[44] justifica a crítica da lógica intuicionista à lógica clássica passando exclusivamente pela questão do significado das afirmações, nos seguintes termos:

> Caracterizo o realismo como a crença no valor de verdade objetivo dos enunciados da classe em disputa, independentemente de nossos meios para conhecê-los: são verdadeiros ou falsos em função de uma realidade que existe independente de nós. O anti-realista se opõe a essa visão, por admitir que os enunciados da classe em disputa devem se referir à classe de coisas que consideramos como evidência para

[44] Cf. DUMMETT, "The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic", 1978.

> os enunciados dessa classe. (...) Então, a controvérsia tem a ver com a noção de verdade apropriada para os enunciados da classe em disputa; isso significa que é uma disputa sobre o *significado* que têm esses enunciados (DUMMETT, 1990 [1978], p. 221).

Para Dummett, a interpretação de instâncias matemáticas *decidíveis* de princípios lógicos coincidiria para lógicos clássicos e intuicionistas. Os lógicos clássicos diriam que são significativas porque conhecemos as *condições de verdade* das instâncias. Os lógicos intuicionistas diriam que são significativas porque conhecemos as *condições de demonstrabilidade* das instâncias. Porém divergiriam em relação às instâncias *indecidíveis* de princípios lógicos. Apenas os lógicos intuicionistas aceitam instâncias indecidíveis na matemática porque aceitam que nem tudo pode ser demonstrável matematicamente. Para os lógicos clássicos não existem instâncias matemáticas em princípio indecidíveis. Estes lógicos não exigem que verdades lógicas estejam acompanhadas de demonstrações construtivas. Essa, porém, é uma exigência para intuicionistas e operacionalistas.

De maneira geral, os lógicos clássicos são platonistas em relação à verdade, acreditam em verdades em-si, embora o acesso a elas não seja possível em alguns casos (como a conjectura de Goldbach, por exemplo). Os lógicos intuicionistas têm uma concepção de verdade radicalmente diferente, exigindo que as verdades sejam verificadas de alguma forma. Uma evidente vantagem do intuicionismo é a resposta pelo "acesso" às verdades lógicas, sempre conectadas à possibilidade de demonstração. Entre os lógicos clássicos a resposta parece ainda obscura[45].

[45] Questões ainda pertinentes sobre o dualismo Realismo X Anti-Realismo em filosofia da matemática serão tratadas na próxima seção.

Concluindo, para Bridgman e Brouwer, a Lógica *não* é uma forma de conhecimento analítico, mas responde às possibilidades de verificação ou de realizações de operações. Não é independente de verificações, e suas verdades não são conhecidas apenas por manipulações simbólicas. As restrições à validade em geral de princípios lógicos, como ao princípio do terceiro excluído, aparecem na "Tese de Doutorado" de Brouwer (1907), também em Lukasiewicz (1920) e apenas em 1934 em Bridgman, a partir da publicação de seu artigo "A Physicist's Second Reaction to Mengenlehre". Cabe dizer que Brouwer se preocupou mais com questões lógicas e matemáticas do que Bridgman, pois, para o último, os fundamentos da física lhe interessavam particularmente. A lógica intuicionista foi inclusive formalizada mais tarde, por exemplo, por Kolmogorov (1925), Heyting (1930), embora Brouwer não tenha dado muita importância a isso. Portanto, um trabalho mais completo sobre a interpretação construtivista da lógica e da matemática encontra-se em Brouwer, enquanto Bridgman se dedicou especialmente aos experimentos físicos após sua obra de 1934, conquistando (por ex.) o Nobel em Física mais tarde com o trabalho desenvolvido sobre física de altas pressões.

3.2. NO CONTEXTO DA MATEMÁTICA

3.2.1. EM RELAÇÃO AO CARÁTER "CONSTRUTIVO" DA MATEMÁTICA

Em primeiro lugar, explico como o operacionalismo de Bridgman pode ser considerado uma concepção construtivista em filosofia da matemática. Em segundo lugar, faço as aproximações devidas com o intuicionismo de Brouwer na interpretação da matemática.

Em "A Physicist's Second Reaction to Mengenlehre" (1934) a preocupação de Bridgman foi com os fundamentos da matemática, adotando o que ele chamava de atitude crítica em relação às definições aceitáveis na matemática[46]. Colocar sob suspeita conceitos definidos pelas propriedades na matemática (uma forma de definição circular, auto-referente, que *poderia* originar paradoxos na matemática); criticar o uso do infinito atual na matemática; criticar o método de prova de Cantor; etc; foram algumas das restrições impostas pela análise operacional. Para Bridgman:

> Até o presente momento, a análise crítica que tem dado à física uma nova confiança esteve confinada quase que exclusivamente a um exame da natureza dos conceitos físicos que os físicos usam. Mas desde que a matemática se tornou gradativamente importante para a nova física, é evidente que um exame crítico da natureza dos conceitos fundamentais da matemática é uma tarefa imediata para o físico. Por essa razão, com uma certa dose de desânimo, de repente me tornei consciente de que na matemática dos dias atuais há dúvidas, incertezas, e diferenças de opinião em

[46] Essas idéias evidenciam a influência de Poincaré sobre o pensamento de Bridgman na interpretação matemática.

> questões fundamentais não diferentes da confusão da física quando confrontada com novos fenômenos do domínio quântico (BRIDGMAN, 1934, p. 101).

O objetivo dessa filosofia restritivista do operacionalismo na matemática era evitar situações paradoxais e inconsistentes na matemática, passando pela forma como são definidos os conceitos. A forma de fazer isso é análoga à da física, a saber, privilegiar conceitos e afirmações matemáticas definidas diretamente e colocar sob suspeita tudo aquilo definido de outra forma, como, por exemplo, conceitos definidos pelas *propriedades*. As definições diretas permitem que o significado dos conceitos e afirmações seja verificado através de procedimentos de demonstração. Conceitos como “par”, “primo”, “maior que”, etc., são definidos dessa forma, ou seja, existe um procedimento efetivo para as asserções “x é par”, “x é primo”, “x é maior do que y”, etc., tornando-as significativas[47]. Nesses casos, é possível levar a cabo operações papel-e-caneta regradas (ou através do uso de algoritmos), requisito fundamental não apenas para o operacionalismo, mas para o construtivismo em geral em filosofia da matemática[48]. Para Bridgman:

> Parece-me que o uso de operações definidas em termos de propriedades deve ser escrupulosamente evitado nos estudos de “fundamentos”. Operações definidas dessa forma devem sempre estar sob suspeita, e a definição substituída, se possível, por outra. (...) O ditado correspondente de Einstein na física, a saber, de que conceitos físicos sejam definidos em termos de operações físicas, proporia também algo correspondente para a matemática, isto é, de que somente operações “diretamente” definidas sejam admitidas (BRIDGMAN, 1934, p. 109).

---

[47] Como disse, há um tempo de espera que deve ser respeitado no operacionalismo de Bridgman, como no caso de afirmações como “$2^{1001}+1$ é primo ou não é primo”.
[48] Novamente, entra em jogo o papel da verificação das afirmações, vinculada à *teoria de significado* de Bridgman para a matemática.

> Uma operação não deve ser definida de forma “auto-referente” e, em particular, não em termos de si própria contemplada frente o futuro, que é uma forma particular de definição pelas propriedades. A necessidade de especificações diretas para as operações com cada sub-passo explicitamente determinável, é um ponto que foi previamente admitido (BRIDGMAN, 1934, p. 112).

As definições pelas propriedades lembram, na física, a forma como Newton teria definido conceitos como “tempo absoluto”, “espaço absoluto”, etc., sem especificar a forma como são verificados tais conceitos[49]. São definições que podem envolver circularidade e impredicatividade, tornando objetos antes excluídos por definição, sejam re-introduzidos mais tarde pela mesma. Bridgman analisa alguns dos principais paradoxos da matemática originados pelo uso de definições não-diretas (ou seja, pelas propriedades). O famoso conjunto paradoxal de Russell é um deles. Paradoxos finitistas como o paradoxo de Richard também eram conhecidos por Bridgman[50]. Alguns outros mais simples também são analisados por Bridgman. Os paradoxos do barbeiro e do cretense são alguns deles. Vejamos os detalhes de alguns desses paradoxos[51].

Uma variante do paradoxo do barbeiro é a seguinte: o barbeiro recebeu uma ordem para que barbeasse todas aquelas pessoas que não se barbeiam a si mesmas. O paradoxo ocorre quando chega a vez do próprio barbeiro se barbear; se ele próprio se barbear, então pertence ao grupo dos que se barbeiam a si mesmos, portanto não deveria se barbear; se ele

[49] Como vimos no Capítulo 1.

[50] O paradoxo de Richard é um exemplo para casos finitos. Uma variante do paradoxo é a seguinte: considere o conjunto de todos os números naturais “definíveis com menos de cem palavras”. Esse conjunto é naturalmente finito, portanto, há um conjunto de números que “*não* são definíveis com menos de 100 palavras”. Tomemos o menor número deste conjunto. Este número está definido pela sentença anterior. Logo, obtemos uma contradição.

[51] A análise dos paradoxos em Bridgman encontra-se em “The Physicists Second Reaction to Mengenlehre” (1934), pp. 229-232.

próprio não se barbear, então pertence ao grupo dos que não se barbeiam a si mesmos, portanto, deveria se barbear. Em qualquer uma das situações o barbeiro se encontraria diante de uma situação paradoxal, desobedecendo à ordem.

Para Bridgman, a afirmação "*x* barbeia-se a si mesmo" não foi definida corretamente (isto é, diretamente), mas sim, pelas propriedades, de forma circular. Por isso, o barbeiro se encontra diante de uma situação paradoxal, pois situações futuras interferem na classificação levada a cabo no presente. A ordem permite (por ex.) que indivíduos inicialmente excluídos sejam re-introduzidos mais tarde no conjunto. A situação ocorre quando chega a vez do próprio barbeiro se classificar, mudando de conjunto na medida em que começa a fazer a classificação. Um pouco à maneira de Poincaré, quando elementos "pulam" de um conjunto para outro quando a classificação é iniciada, a classificação é fatalmente impredicativa, ou seja, há termos definidos impredicativamente.

A solução de Bridgman para o paradoxo é limitar temporalmente a ordem, tornando significativa operacionalmente à afirmação "*x* barbeia-se a si mesmo". Portanto, a ordem deveria ser a seguinte: classifique entre as pessoas que se barbeiam e não se barbeiam a si mesmas até o momento *presente*. Isso evitaria a situação paradoxal. Para Bridgman: "*A mais importante das restrições, e talvez seja a única, é a restrição em relação ao tempo; as operações são levadas a cabo no tempo, e são sujeitas a restrições como para seu ordenamento*" (BRIDGMAN, 1934, p. 105).

Para o operacionalismo, o paradoxo do cretense (conhecido como paradoxo do mentiroso) também ocorre pelo uso indevido de definições circulares ou auto-referentes. Uma variante do paradoxo é a seguinte: "Epimênides, o cretense, diz que todos os cretenses são mentirosos”. Se o que Epimênides diz é verdadeiro, então ele está mentindo, portanto o que ele diz é falso. Se o que ele diz é falso, então ele não está mentindo, portanto o que ele diz é verdadeiro. Para Bridgman, o uso de definições circulares permite que situações futuras interfiram na classificação presente. Como no paradoxo do barbeiro, a afirmação apenas seria verificável caso fosse limitada temporalmente, fazendo desaparecer a situação paradoxal. Operacionalmente, a afirmação seria verificável diretamente da seguinte forma: “Todos os cretenses são mentirosos quando eu *começo* a fazer a afirmação”.

Um paradoxo interessante da teoria conjuntista é o famoso paradoxo de Russell dirigido à lógica de Frege. Para Bridgman, ele é originado pelo uso de definições não diretas (pelas propriedades). O paradoxo é o seguinte: suponhamos um conjunto R definido como o conjunto dos conjuntos que não se pertencem a si mesmos, isto é, $R=\{x \mid x \notin x\}$. Assim,

- $x \in R \rightarrow x \notin x$
- $x \notin R \rightarrow x \in x$

Porém, como x é uma variável qualquer, ela pode ser substituída, por exemplo, por R. Portanto, temos uma situação paradoxal, pois:

- $R \in R \rightarrow R \notin R$
- $R \notin R \rightarrow R \in R$. *Absurdo*!

Operacionalmente, o paradoxo ocorre porque a afirmação "x *é um conjunto que contém* x *como seu elemento*" não envolve uma noção de conjunto bem fundada. Um conjunto infinito é simplesmente uma *regra* para selecionar elementos, em outros termos, um *programa de procedimento*. O que ocorre nesse caso, são regras agindo sobre regras, uma estrutura que não respeita o ordenamento temporal da atividade matemática. Conjuntos infinitos não são estruturas acabadas para o operacionalismo, mas sempre processos, regras. O que a afirmação ordena é conceber a existência de regras agindo sobre regras, desordenando a atividade temporal quando dizemos que uma regra contém *x* como seu elemento (o qual também é uma regra). Trata-se, portanto, de uma afirmação que envolve uma verificação infinita, um tempo também infinito para executar a atividade. Além disso, apenas sabemos se *x* pertence ou não ao conjunto quando o conjunto estiver completado, impossível se tratando de conjuntos infinitos. Nos termos de Bridgman:

> Que tipo de conjunto examinar para determinar se ele inclui a si próprio ou não? Está estabelecido que nenhum conjunto finito pode incluir a si próprio como elemento. Por essa razão, o conjunto deve ser infinito, o que significa que não é um objeto ordinário, mas é meramente uma regra para selecionar elementos. Mas se o conjunto pode ser um elemento de si próprio, então a regra deve ser aplicável a si própria, que é também uma regra. Ou seja, a regra deve ser uma regra agindo sobre uma regra. Mas isso é novamente um elemento de si próprio, sujeito à ação da regra, portanto, a regra deve ser uma regra agindo sobre uma regra a qual age sobre uma regra. E assim temos uma sucessão infinita de aplicações (BRIDGMAN, 1934, p. 230).

Um pouco à maneira de Wittgenstein (1967), no operacionalismo de Bridgman os conjuntos infinitos também são regras para selecionar elementos. Correspondem a estruturas sempre abertas à possibilidade de introdução de novos elementos. Regras classificam apenas um número sempre limitado de elementos, portanto o infinito é apenas potencial de acordo com a interpretação operacional da matemática.

Como disse, a interpretação construtivista da matemática que aparece no operacionalismo de Bridgman permite uma aproximação interessante com interpretações também construtivistas, em particular, com o intuicionismo de Brouwer. O papel da verificação das afirmações matemáticas envolve uma *concepção de significado* e *verdade* comuns a intuicionistas e operacionalistas. Nos detalhes.

Para intuicionismo e operacionalismo, as verdades matemáticas precisam ser verificadas por procedimentos de demonstração. Não existem verdades matemáticas se não forem demonstradas de alguma forma por procedimentos de demonstração regrados. Uma vez verificada a afirmação, temos o conhecimento de um valor de verdade e do significado da afirmação.

Considerando a interpretação geral, o construtivista em *ontologia*[52] é aquele que acredita nos objetos matemáticos como entidades criadas pelo sujeito, portanto em entidades dependentes do sujeito e de suas vivências mentais. Não há uma realidade objetiva nos objetos mentais.

Intuicionismo e operacionalismo concordam com a interpretação construtivista ontológica da matemática. Para ambos, os objetos matemáticos são criados pelo sujeito, portanto, dependentes do sujeito e de suas vivências mentais. No operacionalismo (por ex.), as operações matemáticas são uma classe particular de operações mentais, normalmente

[52] Segui parcialmente a interpretação de Dummett (1978).

expressas numa linguagem formal (por isso Bridgman às concebe como operações papel-e-caneta). De forma similar, a matemática é interpretada por Brouwer como construções mentais intuitivas, construções numa intuição temporal. Tanto intuicionistas quanto operacionalistas admitem que existe na matemática apenas aquilo que puder ser construído, portanto, aquilo que puder de alguma forma ser evidenciado. A forma de fazer isso é através de procedimentos de demonstração regrados.

No operacionalismo de Bridgman, a existência dos objetos matemáticos pressupõe a consistência dos mesmos, pois *existir é ser consistente*[53]. A consistência é dada pelos procedimentos operacionais para Bridgman, isto é, porque as operações são consistentes. Essa tese relembra o exposto no Capítulo 1 sobre a consistência das operações físicas e papel-e-caneta, simplesmente pela inexistência de experiências contraditórias do sujeito do conhecimento. Bridgman admite que a consistência da matemática pode apenas ser *verificada*, e *não demonstrada*[54]. Para Bridgman, a consistência da matemática pode apenas ser verificada quando operações são levadas a cabo. Assim:

> Em última análise, a matemática é uma ciência experimental, pois a não-contradição não pode ser demonstrada, apenas postulada e verificada por observação; analogamente, a existência só pode ser postulada e verificada por observação (BRIDGMAN, 1949 [1936], p. 97).

A conclusão de Bridgman é de que a matemática é a *linguagem do possível*, e o motivo dessa conclusão é devido à impossibilidade de demonstração da sua consistência,

[53] Uma tese que se aproxima do pensamento de Hilbert neste contexto.
[54] O fracasso da tentativa de demonstração da consistência da aritmética de Hilbert é um exemplo disso.

mas apenas de verificação da consistência da matemática quando procedimentos operacionais são levados a cabo[55].

De maneira geral, o construtivista em *epistemologia* considera o "acesso" à verdade exclusivamente por procedimentos de demonstração. Uma demonstração permite experienciar as verdades, e elas estão matematicamente justificadas quando acompanhadas de formas de demonstração. Para o construtivista em epistemologia, não existe um reino platônico onde as verdades estão dadas, ao contrário, as verdades precisam ser demonstradas de alguma forma.

Há um papel fundamental dado à verificação das afirmações matemáticas no construtivismo, que corresponde com a interpretação da matemática do intuicionismo e operacionalismo. Em ambas concepções, há uma *equivalência* notável entre *verdade* e *demonstrabilidade intuitiva*, considerando que verdadeiro implica em ser demonstrável e demonstrável implica em ser verdadeiro. Este é um aspecto coincidente na interpretação da matemática do intuicionismo e operacionalismo. Brouwer (por ex.) afirma o seguinte:

> O critério de verdade ou falsidade de uma afirmação matemática está confinado à própria atividade matemática. Uma conseqüência imediata é que nenhuma verdade matemática é conhecida se não tiver sido experienciada (BROUWER, 1975 [1907], p. 551).

Onde os construtivistas vêem uma equivalência, os realistas em filosofia da matemática vêem apenas uma implicação, a saber, de que o demonstrável é verdadeiro. Eles não exigem o inverso, ou seja, de que as verdades matemáticas estejam acompanhadas

---

[55] Esse argumento de Bridgman está vinculado à questão da consistência dos procedimentos operacionais apresentados no Capítulo 1. Porém, decidi pela exposição dele apenas nesse capítulo, por tratar de questões relativas à matemática.

de demonstrações intuitivas. Essa é uma diferença importante que caracteriza o intuicionismo e operacionalismo no construtivismo em filosofia da matemática, oposto ao realismo.

Na verdade, em algumas passagens Bridgman fez críticas severas ao realismo em filosofia da matemática, considerando o realismo (por ex.) como uma concepção do senso comum na matemática, cômoda em relação à solução dos problemas matemáticos. Cômoda por não exigir procedimentos de demonstração para que as asserções possuam um valor intrínseco de verdade, nem exigir a construção de entidades matemáticas para justificar a existência das mesmas. Considerando a interpretação de Dummett, em linhas gerais o realismo poderia ser assim descrito:

> Para o platonismo, os objetos matemáticos estão dados e têm certas relações entre si, independentemente de nós, e o que fazemos é descobrir esses objetos e suas relações mútuas. (...) No platonismo, o significado de um enunciado matemático é explicado em termos de suas condições de verdade (DUMMETT, 1990 [1978], p. 243).

> Para o platonista, os enunciados matemáticos são verdadeiros ou falsos independentemente de nosso conhecimento de seus valores de verdade: são verdadeiros ou falsos em virtude de como são as coisas no reino da matemática. Isso ocorre porque seus *significados* não se relacionam com nosso conhecimento da verdade matemática, mas ao modo como são as coisas no reino da matemática (DUMMETT, 1990 [1978], p. 282).

Para Bridgman, o matemático realista é aquele preocupado apenas com os frutos que o uso de entidades não-construtivas traria à matemática, como (por ex.) o infinito atual.

Essa não seria uma atitude do matemático preocupado com os fundamentos de sua disciplina, portanto, do matemático enquanto crítico de sua disciplina. Para ele:

> Do ponto de vista operacional não faz sentido falar de números infinitos como “existindo” no sentido platônico, e faz menos sentido ainda falar de números infinitos de diferentes ordens, como fez Cantor. (...) Acredito que o matemático que vê o número como algo que produzimos não é capaz de voltar ao conceito platônico e, eventualmente, encontrará como reformular aqueles velhos resultados válidos no novo quadro e, ao mesmo tempo, evitar os velhos paradoxos (BRIDGMAN, 1955 [1950], pp. 100-104).

A crença num universo platônico onde os objetos matemáticos e suas verdades estão dados objetivamente é injustificada para Bridgman. Como disse, números e demais objetos matemáticos precisam ser construídos para existirem, bem como suas verdades experienciadas, uma conseqüência fatalmente encontrada também no intuicionismo de Brouwer e em demais concepções construtivistas da matemática, como no proto-intuicionismo de Poincaré.

Creio que essa análise dá conta de explicitar algumas aproximações entre a concepção de Brouwer e de Bridgman. Outras aproximações também são feitas na próxima seção quando analiso as conseqüências imediatas da interpretação construtivista na matemática.

3.2.2. CONSEQÜÊNCIAS IMEDIATAS NA MATEMÁTICA

(1) As restrições nas definições aceitáveis na matemática (pelo operacionalismo, em particular) trazem como conseqüência a rejeição do infinito atual. Essa é uma conseqüência imediata também da interpretação intuicionista da matemática. Os conjuntos infinitos atuais são ilegítimos na matemática construtivista e devem ser banidos por razões construtivas e por originar paradoxos. Por razões construtivas, significa que existe na matemática apenas aquilo que puder ser construído de alguma forma. O uso de algoritmos é perfeitamente legítimo nesse contexto. Logo, conjuntos infinitos atuais simplesmente não existem por esse motivo. Além disso, esses conjuntos pressupõem (ilegitimamente) o completamento de elementos que não foram experienciados. Apenas o infinito potencial justifica-se construtivamente, e tem seu uso legítimo na concepção matemática intuicionista e operacionalista. Por exemplo, para Brouwer:

> Não existe outro conjunto além dos conjuntos finitos, dos conjuntos enumeravelmente infinitos e do contínuo; a demonstração disso é porque na matemática apenas podemos criar seqüências finitas, da ordem do tipo ω, a partir do significado de "e assim por diante"; (conseqüentemente, jamais podemos imaginar frações duais infinitas *arbitrárias* como terminadas ou individualizadas, da mesma forma como uma seqüência de dígitos enumeravelmente infinita não pode ser considerada uma seqüência enumerável de objetos); e, finalmente, o contínuo intuitivo; mas não outros conjuntos (BROUWER, 1975 [1907], p. 80).

Como disse, o infinito atual além de não-construtível, é também paradoxal. Ele pressupõe uma verificação infinita (inexistente) e uma atividade matemática num tempo também infinito. Conjuntos infinitos potenciais são conjuntos sempre abertos à possibilidade de introdução de novos elementos, portanto, não são ilegítimos do ponto de vista verificacional, nem pressupõem uma atividade matemática num tempo infinito[56]. Do contrário, admite Bridgman: "*Suspeito que o paraíso matemático que Hilbert afirma ter sido aberto por Cantor está situado nesse domínio e que as condições para entrar nesse Paraíso é admitir de boa vontade os paradoxos*" (BRIDGMAN, 1934, p. 110).

Brouwer (por ex.) rejeita o infinito atual na matemática por conceber a matemática construída a partir da intuição basal: um instante temporal sucedendo outro (e assim sucessivamente). Esse processo é sempre finito em Brouwer, impedindo (automaticamente) a construção de conjuntos infinitos atuais na matemática.

(2) A construção do contínuo é outra conseqüência imediata na matemática, de acordo com a interpretação intuicionista e operacionalista. Do ponto de vista operacional, imediatamente pode ser construído o conjunto dos racionais (potencialmente). Operações regradas definem qualquer racional. Transcendentes ou algébricos são definidos por *programas de procedimento*, portanto, não são *propriamente* definidos por operações. Um programa fornece apenas um número limitado de casas decimais, jamais o completamento da expansão. Portanto, transcendentes ou algébricos existem enquanto programas de procedimento para Bridgman, ou também, como *pontos ideais* na matemática. Assim, não são considerados números do ponto de vista operacional, mas regras ou programas. Para Bridgman, considerá-los como números é simplesmente *por conveniência*, por serem úteis, em particular, π permite calcular o perímetro de uma circunferência através de cálculos

[56] Vale lembrar a crítica de Bridgman à definição de "conjunto" de Huntington, exposta anteriormente.

finitistas (há um caráter fortemente pragmatista na concepção de Bridgman). Trata-se de um conceito que possui correspondência empírica, embora temos uma definição apenas “parcial” de π. Para ele:

> Como sei que π é um número? A resposta poderia ser por uma simples *conveniência*; é conveniente defini-lo como número (porque pode ser manipulado como número), os raios de todos os círculos podem ser especificados em termos finitos (integrações valem para essa proposta como processos finitos porque são capazes de definições finitas) por qualquer construção geométrica conhecida (BRIDGMAN, 1934, p. 227).

> A mera existência de não-racionais pode ser estabelecida apenas por um lado, para aqueles que definem qualquer decimal que não-termina como um número, um privilégio assumido pela prova de Cantor. Todos os números racionais quando expressos em decimais eventualmente tornam-se a repetir. Entretanto, existem não-racionais apenas quando regras forem fixadas para escrever decimais que não-terminam, os quais certamente nunca voltarão a se repetir. (...) Do ponto de vista operacional, um transcedente é determinado por um *programa de procedimento de algum tipo*; a teoria dos conjuntos não tem nada a acrescentar à situação (BRIDGMAN, 1934, p. 233). [*grifos meu*]

Como conseqüência, podemos dizer que o contínuo operacionalista é um constante *processo*, onde novos elementos vão sendo constantemente introduzidos. Os reais também não fazem parte propriamente do contínuo operacionalista, por não serem propriamente produzidos.

O caso de alguns complexos ou imaginários é ainda pior. Raízes quadradas de números negativos como $\sqrt{-1}$ (por ex.), não são produzidos por nenhuma regra, nem por definições pelas propriedades. A aceitação de tais conceitos é simplesmente por conveniência, porque resolvem problemas quando se apresentam nas equações matemáticas e nenhuma contradição no seu uso pôde ser percebida até o momento. Para Bridgman:

> Instrutivo para nossos propósitos é verificar o que ocorre na matemática quando confrontada com uma exigência impossível de extrair a raiz quadrada de um número negativo. Naturalmente, a matemática introduziu a idéia de números complexos, e em particular de √-1. O que é √-1? É um conceito definido em termos de propriedades? Mas suas propriedades são impossíveis. Acredito que √-1 deve ser considerado como um novo *símbolo*, representando certas operações que apresentam eles próprios em conexão com a manipulação formal das equações algébricas, para ser tratado como intuitivamente dado e um último da experiência, não-analisável como qualquer outra operação aceita como última, como acrescentar 1 ao dado número (BRIDGMAN, 1934, p. 109).

Definir "raiz quadrada" pelas propriedades implicaria em encontrar um número que multiplicado por si mesmo produz o resultado, o que simplesmente é impossível nesse caso. A existência dos complexos é simplesmente por *conveniência* do ponto de vista operacional. Portanto, novamente entra em jogo o caráter *pragmatista* da concepção de Bridgman, aceitando na física teórica termos não-definíveis operacionalmente (como o caso dos complexos) ou não definidos propriamente por operações (como o caso de transcendentes ou algébricos).

O contínuo construtivista do operacionalismo é similar ao que vemos no intuicionismo de Brouwer. Matemáticos contemporâneos admitem que Brouwer teria chegado à noção mais próxima do contínuo do que os demais – a intuição do contínuo. Essa intuição é entendida como um processo de constante refinamento – de geração de instantes cada vez mais aproximados. Através de um processo de constante preenchimento (pela repetição sempre finita da intuição basal), potencialmente temos os racionais. Trata-se de um conjunto denso, pois novos objetos estão constantemente sendo descobertos. Os reais não fazem propriamente parte do contínuo intuicionista, são considerados por Brouwer *seqüências limite*, definidos (por ex.) por seqüências de Cauchy, seqüências de números racionais (inteiros ou fracionários) cujos elementos aproximam-se uns dos outros para além de qualquer limite à medida que a seqüência avança. Brouwer considerava os reais as próprias seqüências, desde que adequadamente definidas por regras. Brouwer afirma:

> A intuição de duas-unidades, que é a intuição basal da matemática, cria não apenas os números ‘um’ e ‘dois’, mas também todos os números ordinais finitos, considerando que um dos elementos de duas-unidades é uma nova dualidade. Esse processo pode ser repetido indefinidamente; por ele temos também o menor número ordinal infinito ω. Finalmente, a intuição basal da matemática, onde o conectado e o separado, o contínuo e o discreto são unidos, dá imediatamente a intuição do contínuo linear, isto é, do “entre”, o qual não é nunca esgotado pela interposição de novas unidades e também não é concebido como uma mera coleção de unidades (BROUWER, 1983, p. 80).

> Refazendo a questão dessa forma: “é impossível construir conjuntos infinitos de números reais entre 0 e 1 cuja cardinalidade é menor que a do contínuo, mas maior que $\aleph_0$”? a resposta deve ser afirmativa; para o intuicionista somente podemos construir conjuntos enumeráveis de objetos matemáticos (BROUWER, 1983, p. 86).

(3) Também uma conseqüência imediata na matemática construtivista de intuicionistas e operacionalistas é a rejeição do método da diagonal de Cantor. Esse é um método de demonstração muito importante para os matemáticos (pelo menos para matemáticos clássicos). Pelo método diagonal de Cantor é demonstrado que existem conjuntos infinitos maiores que outros, ou seja, que há uma infinidade de conjuntos infinitos de cardinalidade sempre crescente na matemática. Desse modo, Cantor mostrou que o conjunto dos reais possui cardinalidade superior à dos racionais. Nos detalhes.

A prova de Cantor procura mostrar que, suposta uma correspondência entre reais entre 0 e 1 e naturais, há pelo menos um número real entre 0 e 1 (o número obtido por diagonalização) que não se corresponde com nenhum elemento do conjunto dos naturais. A prova é *por absurdo*, ou seja, Cantor escreveu os reais entre 0 e 1, procurou enumerá-los, fazendo corresponder cada real com um elemento do conjunto dos naturais. Verificou que há mais reais do que naturais. Vejamos a visualização (por ex.):

(Conjunto dos Naturais) (Conjunto dos Reais entre 0 e 1)

↓ ↓

1 *correspondendo-se com* $0, \mathbf{a_1^1}\ a_2^1\ a_3^1\ a_4^1\ a_5^1\ \ldots$

2 *correspondendo-se com* $0, a_1^2\ \mathbf{a_2^2}\ a_3^2\ a_4^2\ a_5^2\ \ldots$

3 *correspondendo-se com* $0, a_1^3\ a_2^3\ \mathbf{a_3^3}\ a_4^3\ a_5^3\ \ldots$

4 *correspondendo-se com* $0, a_1^4\ a_2^4\ a_3^4\ \mathbf{a_4^4}\ a_5^4\ \ldots$

5 *correspondendo-se com* $0, a_1^5\ a_2^5\ a_3^5\ a_4^5\ \mathbf{a_5^5}\ \ldots$

: : : : : : :

a_1^1 representa o primeiro algarismo (depois da vírgula) do primeiro número;

a_2^1 representa o segundo algarismo do primeiro número;

a_1^2 representa o primeiro algarismo do segundo número, etc.

O conjunto dos reais é a totalidade dos racionais e irracionais e podem ser representados por decimais infinitas, como 0,33333..., ou 3,141591... etc. Mesmo números inteiros (como 2) podem ser representados por decimais infinitas, como 1,99999... ou 2,00000.... O que Cantor fez foi mostrar que independentemente de como são colocados os reais entre 0 e 1, é sempre possível chegar a um número $r =_{def} 0, r_1\, r_2\, r_3\, r_4\, r_5$ ... na diagonal, pertencente ao intervalo entre 0 e 1, diferente de todos os outros reais da lista. A idéia é convencionar que r_1 seja diferente de a_1^1 da lista, e assim para todos os r_n da lista.

Por exemplo, se $a_1^1 = 5$, convencionamos que $r_1 = 6$.
Caso contrário, (isto é, se $a_1^1 \neq 5$), dizemos que $r_1 = 5$.
Em qualquer caso, temos que $r_1 \neq a_1^1$.

A prova de Cantor procura mostrar que não há uma correspondência biunívoca entre o conjunto dos reais entre 0 e 1 com os naturais, pois sempre haverá reais fora da lista. Portanto, os reais não são enumeráveis, e sua cardinalidade é superior a dos naturais (ou seja, há mais reais do que naturais).

Operacionalmente, a prova de Cantor é ilegítima do ponto de vista construtivo. Para Bridgman, o conjunto dos reais não pode ser produzido, porque regras não podem ser selecionadas para fornecer a totalidade do conjunto. Expansões de decimais são apenas programas de procedimento, para Bridgman. Cantor está aplicando (de forma ilegítima) programas de procedimento sobre programas de procedimento, na medida em que ele ordena os reais, enumera-os, e produz o número (o da diagonal) diferente de todos os demais. Essa aplicação de programas (que são processos) sobre programas (que também são processos) é totalmente ilegítima operacionalmente. Assim como é ilegítimo aplicar outras operações sobre algo que não é um objeto (e nem vai ser), isto é, sobre uma estrutura que está constantemente sendo produzida. Além disso, Bridgman jamais aceitaria o suposto número da diagonal propriamente como número, exatamente pelo mesmo argumento, a saber, por se tratar de um programa apenas, algo não completável. Para Bridgman:

> Obviamente, "não-terminam" é uma forma polida de dizer "infinito", e não são coisas como maçãs, pois ninguém pode me apresentar "infinito" para que eu possa encaixar em algum lugar. Operacionalmente, decimais infinitos significam apenas um programa de procedimento. (...) De fato, não é possível levar a cabo as operações envolvidas no método da diagonal; as operações envolvidas na produção de decimais que não-terminam não podem ser completadas, portanto não é legítimo postular a execução de outras operações, como arranjar numa seqüência, após o completamento impossível de decimais que não-terminam (BRIDGMAN, 1934, p. 224).

> Sem dúvida a confusão reside em noções de existência; decimais supostamente "existem" se forem ou não atualmente produzidos e exibidos. Porém, do ponto de vista operacional, todas essas noções de existência devem ser julgadas como obscuras, envolvidas em metafísica, e são desprovidas de significado do ponto de

> vista das operações restritas permitidas na investigação matemática (BRIDGMAN, 1934, pp. 225-226).

Bridgman considera *possível* a conclusão de Cantor, a saber, de que o conjunto dos reais é maior do que o dos naturais, apenas se os conjuntos puderem ser *completados*. Como isso não é possível, em particular, por envolver programas de procedimento e não operações efetivas, a conclusão de Cantor torna-se ilegítima. Para Bridgman, Cantor não teria dado uma forma de definir os reais, de produzi-los através de regras.

Os pontos de vista de Bridgman[57] lembram o de construtivistas importantes como Brouwer[58], Poincaré[59] e Wittgenstein[60].

Brouwer aceita apenas parte da prova de Cantor, a saber, a conclusão de que os reais não são enumeráveis, porém, rejeita, como disse, a conseqüência de que o conjunto dos reais possui cardinalidade superior aos naturais, por se tratar de uma prova não construtiva. Nenhuma regra poderia ser selecionada para a construção atual do conjunto dos reais, necessário para provar o que Cantor queria, afirma Brouwer. Para ele, Cantor teria perdido o contato com o solo firme da matemática, usando da imaginação, de suposições infundadas, etc. Para Brouwer:

> Notemos o “den Inbegriff aller”; aqui ele [Cantor] menciona algo que não é pensado, isto é, algo que não é matematicamente construído; a totalidade construída por “e assim por diante” somente pode ser concebida se “e assim por diante” se referir a uma ordem de tipo ω de objetos, porém *este* “e assim por diante” não se

[57] Cf. BRIDGMAN, 1934.
[58] Cf. BROUWER, *On the Foundations of Mathematics*, 1907.
[59] Cf. POINCARÉ, *Últimos Pensamentos*, 1924.
[60] Cf. WITTGENSTEIN, *Remarks on the Foundations of Mathematics*, 1967.

> refere a uma ordem de tipo ω. Aqui Cantor *perde contato com o solo fixo da matemática*. (...) Cantor vai além e fala de um número de segunda classe como se tivesse sob seus olhos um objeto real (BROUWER, 1975 [1907], p. 81).

Poincaré também critica o uso do infinito atual pressuposto na prova de Cantor, ilegítimo construtivamente. Para ele, saber se um conjunto é maior do que outro exige o completamento de ambos conjuntos, o que jamais ocorre por se tratar de conjuntos infinitos (argumento similar ao de Bridgman). Pressupor o completamento de conjuntos infinitos significa pressupor uma verificação que ainda não foi levada a cabo. Para Poincaré:

> Todo teorema da matemática deve ser suscetível de verificação. Quando enuncio um teorema, afirmo que conseguirei obter todas as verificações que empregar. (...) O teorema não tem outro sentido, e isso é ainda verdadeiro se no seu enunciado falar de números infinitos; mas, como as verificações só podem se aplicar a números finitos, segue-se que todo teorema relativo a números infinitos ou, sobretudo, ao que se denomina conjuntos infinitos, ou cardinais transfinitos, ou ordinais transfinitos, etc., não pode ser mais do que um modo abreviado de enunciar proposições sobre números finitos. Se for de outro modo, esse teorema não será verificável; e se ele não for verificável, não terá sentido (POINCARÉ, 1924, pp. 114-115).

Há noções como definição e classificação *predicativa* de conjunto na concepção de Poincaré. Para ele, um conjunto apenas é definido quando seus elementos forem classificados predicativamente. Classificar predicativamente um conjunto significa saber quais elementos fazem parte do conjunto e quais não fazem parte. Um conjunto infinito envolve uma classificação que não termina, por se tratar de um conjunto aberto. A prova de

Cantor estaria pressupondo (de forma ilegítima) o término de uma classificação que não termina, para Poincaré.

O construtivismo de Wittgenstein (1967) também é uma crítica da prova de Cantor e suas conseqüências. Wittgenstein se preocupa com a inexistência de regras aritméticas para a construção dos reais na prova de Cantor. Para Wittgenstein, conjuntos não construídos por regras deveriam ser barrados da matemática. O conjunto dos reais na prova de Cantor é um caso particular disso. Wittgenstein reconhece que Cantor ensinaria aos matemáticos apenas como deveriam ser *escritos* os reais, mas não como são *obtidos*. Além de apenas escrevê-los, Cantor pressupõe o completamento do conjunto de forma ilegítima, não construtiva. Regras aritméticas apenas estipulariam procedimentos finitários para Wittgenstein. Para da Silva:

> Obviamente, Wittgenstein não pensou que a prova de Cantor pode justificar tal afirmação [*a afirmação de que a cardinalidade dos números reais é maior do que a cardinalidade dos racionais*]. E a razão é que o método de escolhas *ad hoc* usado por Cantor para definir o número da diagonal não é um método legítimo de definir um número real. (...) Para Wittgenstein o que Cantor apresentou foi um método para mostrar que um dado número é diferente de um número qualquer em uma lista *dada* (da SILVA, 1992, p. 95).

Wittgenstein também não reconhece o "suposto" número da diagonal na prova de Cantor realmente como número. Para ele, uma seqüência infinita não é um número, porque não há uma *definição extensional* do termo. Números algébricos como $\sqrt{2}$ não são definíveis extensionalmente, são *regras* para Wittgenstein. Bridgman parece ter importado essa idéia para seu operacionalismo quando considerou, por exemplo, algébricos ou transcendentes como programas de procedimento, em algum sentido, como não definíveis extensionalmente como pensou Wittgenstein. Para Wittgenstein: "*Uma prova subseqüente de convergência não pode justificar a construção de uma série como um número e uma expansão indefinida não é um método*" (WITTGENSTEIN, *Philosophical Remarks*, pp. 241-242)[61].

De maneira geral, as críticas de alguns dos principais construtivistas em filosofia da matemática da prova de Cantor são similares. Vão deste à construção do conjunto dos reais, à enumeração do conjunto e ao uso ilegítimo de conjuntos infinitos atuais na matemática.

Nesta seção foram evidenciadas aproximações importantes entre operacionalismo e intuicionismo em suas respectivas concepções sobre a natureza da matemática. Há também, claro, diferenças notáveis entre os pensamentos de Brouwer e de Bridgman. Na próxima seção analiso essas diferenças.

3.2.3. ALGUMAS DIFERENÇAS

Há pelo menos três diferenças notáveis entre a concepção intuicionista e operacionalista da matemática, a saber: **(1)** sobre termos não-interpretáveis construtivamente; **(2)** sobre a natureza da matemática; **(3)** sobre o papel da linguagem.

[61] Cf. também Da SILVA, 1992, p. 94-95.

(1) Começarei com a seguinte interpretação de M. Giaquinto:

> Heisenberg foi criticado de maneira justa por Bridgman ao exigir uma medida operacionalmente definida para todo termo numérico que ocorre em uma teoria física e uma interpretação operacional, expressável em linguagem ordinária, para toda equação. Heisenberg exagerou nesse paralelo, não para o formalismo de Hilbert, mas para a exigência intuicionista de que toda sentença de uma teoria matemática deveria ter uma interpretação construtiva. Hilbert rejeitou explicitamente essa exigência em uma passagem respondendo à reprovação de Brouwer de que a visão de Hilbert reduz a matemática a um jogo (GIAQUINTO, 1983, p. 127).

Bridgman não exige, portanto, que todos os elementos de uma equação sejam interpretáveis operacionalmente. Uma equação poderia conter números não obtidos operacionalmente, como (por ex.) números complexos, certamente não obtidos operacionalmente (como vimos). Bridgman aceita √-1 como um novo símbolo, não analisável, mas útil na física teórica. Para Bridgman: "(...) *eles representam certas operações que apresentam eles próprios em conexão com a manipulação formal das equações algébricas, para ser tratado como intuitivamente dado e um último da experiência*[62]". A aceitação desses termos é simplesmente por *conveniência*, já que nenhuma inconsistência foi detectada no uso de tais termos. Para Bridgman, é necessário apenas que alguns dos resultados das teorias matemáticas sejam interpretáveis operacionalmente, e não que todo termo que aparece nas equações matemáticas o seja. Como vimos, operacionalmente, a validade de uma teoria matemática aplicada na física

[62] Da citação anterior de Bridgman.

(isto é, nas teorias físicas) não necessita de uma interpretação construtiva de todos os termos da teoria matemática.

Na física, como vimos, o processo é similar. Construtos como “elétrons”, “moléculas”, “campos elétricos”, etc., são fundamentais nas teorias físicas, porém não são definidos por operações físicas (por não serem experienciáveis de alguma forma, por mais avançados que sejam os instrumentos de medida do físico). Porém as experiências que pressupõem “campos elétricos”, “campos magnéticos”, etc., são extremamente úteis e não devem ser descartadas por falta de significado operacional. Além disso, o uso de tais conceitos não envolve nenhuma inconsistência com a experiência. O mesmo não ocorre com os conceitos “absolutos” da mecânica newtoniana, os quais são, para Bridgman, inconsistentes com a experiência. Uma verificação empírica mostra que conceitos como “tempo”, “simultaneidade”, etc., são relativos e não absolutos. Portanto o uso de conceitos “absolutos” estaria, com efeito, proibido na física por esse motivo[63].

No intuicionismo de Brouwer, uma afirmação matemática é interpretável construtivamente quando dispõe de um procedimento de demonstração, mesmo que esse procedimento não tenha sido efetivamente levado a cabo. Números complexos, por exemplo, não são interpretáveis construtivamente e por esse motivo não poderiam ser aceitos nas teorias matemáticas.

De acordo com Giaquinto, Bridgman teria sido menos radical do que Brouwer ao não exigir uma interpretação construtiva de todos os termos da matemática. Porém o preço a ser pago ao aceitar o operacionalismo é aceitar, junto com ele, o ressurgimento do

[63] Os detalhes desta análise foram feitos no Capítulo 1.

empirismo na matemática. Essa é uma segunda diferença entre eles, que será analisada na seqüência.

(2) Há uma segunda e também importante diferença na concepção matemática de intuicionistas e operacionalistas, a saber, sobre a natureza da matemática. Para o intuicionista, a matemática é uma construção mental numa intuição a priori, a intuição do tempo. Ela é absolutamente independente da experiência. No operacionalismo de Bridgman, a matemática não é totalmente independente da experiência, mas é concebida como um instrumento criado pelo sujeito do conhecimento que deve ser útil na medida em que se corresponder (pelo menos parcialmente) com fenômenos físicos. Porém, ambos concordam com relação às operações matemáticas, mentais como queria Brouwer, e de acordo com regras, tanto no intuicionismo quanto no operacionalismo. Porém, para Bridgman, há uma preocupação com uma possível esterilidade da matemática (como na lógica) caso concebamos suas verdades como puramente formais. Para Bridgman, essa esterilidade desaparece na medida em que haja uma correspondência entre operações matemáticas e físicas que, como disse, talvez seja apenas parcial em alguns casos. Segundo ele:

> Na matemática tratamos com operações papel-e-caneta que são palpavelmente nossas próprias invenções. Embora a matemática seja uma invenção, obviamente é uma boa invenção, pois somente por meio dela estamos aptos a adquirir o grau de entendimento e controle da natureza que agora desfrutamos (BRIDGMAN, 1980 [1952], p. 11).

Brouwer diverge totalmente da interpretação matemática do operacionalismo de Bridgman. Brouwer foi kantiano na matemática, concebeu-a como uma forma de conhecimento sintético a priori. Para ele: "*Não apenas a matemática existe independentemente de toda experiência, mas toda experiência é também independente de toda matemática*" (BROUWER, 1975 [1907], p. 70). A intuição basal em Brouwer garante uma matemática como processo construtivo mental, a priori, portanto, totalmente independente da experiência. A matemática simplesmente não se relaciona com fenômenos empíricos[64]. A matemática no operacionalismo é um processo construído mentalmente, porém estéril sem uma correspondência empírica. Bridgman, como um físico experimental, não viu nenhum problema com o caráter empirista da matemática.

(3) A terceira diferença refere-se ao papel da linguagem na matemática. Brouwer simplesmente desprezava o uso da linguagem na matemática. Inclusive, deu pouca importância à interpretação dada por Heyting (1930) à sua lógica. Para ele, a linguagem servia apenas como recurso à memória, divergindo, portanto, da importância dada a ela por proto-intuicionistas (como Poincaré) e formalistas (como Hilbert). Por esse motivo, Brouwer foi acusado de conceber uma matemática excessivamente subjetivista.

Ao contrário, Bridgman jamais desprezou a linguagem (sendo próximo a Poincaré, neste ponto). Considerou as operações lógicas e matemáticas como operações papel-e-caneta, como operações de cálculo numa linguagem formal. Por esse motivo, Bridgman estaria concebendo significado *lingüístico* para os conceitos e afirmações da lógica e da

[64] Cf. a conferência de Brouwer "Mathematic, Wissenschaft und Sprache" (1929). Está em inglês na seleção de Mancosu (1998).

matemática, por se tratarem de demonstrações levadas a cabo numa linguagem formal. Alguns detalhes sobre essa questão são interessantes, vamos a eles.

Em *The Nature of Physics Theories* (1936) Bridgman fez uma análise da linguagem (e também no pensamento) e apresentou alguns *limites* da linguagem quando esta é utilizada para a descrição de experiências, sejam elas físicas ou mentais. Para Bridgman, o sujeito do conhecimento possui experiências externas ou internas, caracterizando o tipo de experiências físicas ou mentais (respectivamente), como vemos:

> Minha experiência direta abarca somente coisas em minha consciência – impressões sensíveis de diversos tipos e vários tipos de fenômenos de caráter mental – e nada mais. No material da experiência direta distingo porções que as descrevo como externas a mim mesmo e outras que reconheço como internas, e há porções cuja decisão é difícil, como por exemplo saber se a dor de meu pé é devido a um espinho ou a uma pedra que está em meu sapato. A porção externa freqüentemente gera em mim reações de ajustes de um tipo ou de outro, e há certos dispositivos que uso para fazer esses ajustes [*a linguagem é um deles*]. O sucesso desses ajustes é desejável e é algo que trato de alcançar, mas nem sempre o sucesso pode ser atingido (BRIDGMAN, 1936, p. 13). [*grifos meu*]

Essas experiências são *fluxos contínuos de atividades* de tipos diferentes e a atividade é uma de suas principais características. Não representam estruturas estáticas, congeladas, como diz Bridgman, mas a algo dinâmico e contínuo. Utilizando os recursos que o sujeito do conhecimento possui – pensamento e linguagem – *congelamos* a atividade da experiência, separando o que era antes um *fluxo contínuo* em algo *estático*, *congelado,* porque apenas dessa forma é *possível* termos conhecimento do mundo. Portanto, linguagem e pensamento são considerados por Bridgman *instrumentos* que separam a experiência em porções, congelando-a de alguma forma. Operacionalmente:

> Os elementos permanentes, reconhecíveis, identificáveis e recorrentes de nossa experiência podem ser dos mais variados tipos, como objetos materiais ou mentais, ou operações simples, ou relações entre objetos e operações. Tais coisas, analisadas fora de nossa experiência, são o fundamento de nosso pensamento. (...) Um exame não sofisticado do que fazemos ao analisar a experiência em elementos reconhecíveis, identificáveis e fixos mostra que esses elementos não ocorrem como tais, expostos, em nossa experiência direta, mas são nossas elaborações e invenções. Além disso, se a análise for além, a fixação e a permanência dos elementos pode ser reconhecida apenas aproximadamente (BRIDGMAN, 1934, p. 114).

> Que tipo de coisas o princípio Aristotélico do terceiro excluído se aplica? Um exame do que fazemos ao analisar o princípio revela que deve ter um valor formal a uma qualidade caracterizada como permanente, identificável ou "estática". Obviamente não podemos dizer de x "A é verdadeiro de x ou A não é verdadeiro de x" se o próprio x muda com o tempo (BRIDGMAN, 1934, p. 113).

A conclusão de Bridgman é de que a linguagem e o pensamento são instrumentos que não descrevem com total fidelidade as experiências do sujeito. A linguagem formal da lógica e da matemática é um caso particular do uso da linguagem que congela a atividade da experiência. Esse é um segundo e importante argumento de Bridgman que explica, por exemplo, a *não validade em geral dos princípios lógicos quando aplicados em domínios empíricos ou matemáticos*. A atividade da linguagem tornando o que era dinâmico em algo estático é um dos motivos da não-validade em geral dos princípios lógicos no contexto lógico e matemático.

A solução de Bridgman foi introduzir os procedimentos operacionais como formas de descrição – os mais fiéis possíveis – das experiências do sujeito, evitando assim, que o significado dos conceitos seja definido utilizando novamente a linguagem, isto é, utilizando novamente algo estático e não dinâmico. Assim, as operações não congelariam as experiências, sempre que forem utilizadas operações físicas ou papel-e-caneta regradas para a descrição de experiências físicas ou mentais. Em ambos casos, Bridgman admite que as operações não resolvem todo o problema, ou seja, não são descrições totalmente fiéis de nossas experiências, em particular, porque as próprias operações papel-e-caneta não passam de operações lingüísticas (como explicado). Porém, elas representam aquilo que de mais próximo temos das experiências, portanto, teríamos uma descrição mais fiel e aproximada delas sempre que procedimentos operacionais levados a cabo forem utilizados. Uma das características dos procedimentos operacionais é serem atividades e não estruturas estáticas. Para Bridgman:

> Como a experiência não segue um padrão prescrito, uma parte indispensável da tarefa de reduzir a experiência a algo compreensível é encontrar como descrever ou reproduzir essa experiência o mais precisamente possível. Nenhum detalhe deve ser negligenciado como trivial até se obter provas de sua trivialidade, e a única prova aceitável de trivialidade é um apelo à experiência ((1938), p. 118).

O que Bridgman tem em mente é que a experiência deve ser *descrita* pela experiência, e a forma de fazer isso é através das operações. Do ponto de vista geral, esse é novamente um argumento que explica a necessidade do uso de procedimentos operacionais como formas de verificação do significado dos conceitos e afirmações da ciência. O primeiro argumento foi dado no Capítulo 1, referindo-se a consistência com a experiência dos conceitos e teorias físicas fornecido pelos procedimentos operacionais.

Para o caso das experiências mentais o processo é semelhante ao da física, como vemos na citação de Bridgman:

> Se forem admitidas somente aquelas operações na matemática as quais podem ser atualmente levadas a cabo, então uma descrição operacional de qualquer procedimento matemático se torna uma descrição de uma experiência atual, e como tal deve ter a liberdade de contradição de toda a experiência (BRIDGMAN, 1934, p. 233).

Essas idéias explicam a necessidade vista por Bridgman de não ultrapassarmos o que é dado pelas experiências, exceto quando construtos ou modelos forem úteis na explicação de algum fenômeno e nenhuma inconsistência for detectada no uso. É digno de nota o fato de que Bridgman interpreta a matemática de olho na física, na tentativa de fornecer uma caracterização do papel da matemática na física. Considerou-a simplesmente como instrumento, uma ferramenta do físico, cada vez mais necessária, especialmente na física quântica. Brouwer jamais concebeu a matemática dessa forma, aliás, considerou-a como um conhecimento independente da experiência, portanto, necessário. Aliás, retomando Kant, como uma forma de conhecimento sintético a priori.

Creio que essas idéias dão conta do cenário vivido por Bridgman na época.

CONCLUSÃO

De maneira geral, Bridgman procurou fazer uma análise crítica das teorias científicas da época, destacando o papel do físico enquanto crítico, do físico teórico, aquele preocupado com o processo de elaboração das teorias. O físico enquanto crítico é aquele que procura verificar a estabilidade dos conceitos e afirmações da teoria, bem como quais teorias podem ser consideradas mais próximas da experiência e, como conseqüência, quais estão mais afastadas dela. Assim, a atitude crítica de Bridgman privilegia as teorias mais próximas da experiência e suspeita de teorias não tão próximas a ela. Essa análise passa pela preferência a determinados conceitos científicos, suspeitando de outros.

Bridgman *privilegia* aqueles conceitos definidos direta ou indiretamente. Conceitos definidos diretamente são aqueles verificados diretamente por procedimentos operacionais. Conceitos definidos indiretamente são aqueles verificados por operações análogas, que aparecem em operações análogas. O conceito preferido de Bridgman é o de “tensão” no interior do sólido na teoria da elasticidade, definido indiretamente porque apenas forças externas agindo sobre o sólido poderiam ser verificadas operacionalmente. “Tensão” é um construto do físico do ponto de vista operacional. Bridgman coloca *sob suspeita* todos aqueles conceitos não definidos dessa forma, como aqueles definidos pelas propriedades. Estes não se vinculam a procedimentos operacionais, portanto, não são assim verificados.

Privilegia também afirmações verificáveis operacionalmente, contendo ou não termos que se referem a inobserváveis. Coloca *sob suspeita* afirmações não-verificáveis operacionalmente, caracterizando-as como desprovidas de significado operacional. Sob suspeita também aparecem as afirmações mal-formadas (por ex., a virtude é verde) e afirmações que envolvem operações chamadas de “críticas” por Bridgman (por ex., a maçã é verde ou não é verde).

Em epistemologia, boa parte dos filósofos (senão a totalidade deles) costuma associar o operacionalismo de Bridgman com o positivismo lógico do círculo de Viena. A intenção deste trabalho foi também mostrar que a identificação dessas duas correntes de pensamento é apenas parcial. O “approach” de Bridgman é mais geral do que aquele do empirismo lógico, por oferecer uma noção operacional de significado (em termos, como vimos, de operações simbólicas no contexto de um cálculo) também para asserções da matemática. Além disso, para Klimovsky: “*Importante pelo seu parentesco com o construtivismo, porém, ao mesmo tempo, por ter mais êxito ao permanecer até hoje como uma posição defensável do ponto de vista* prático *da ciência*” (KLIMOVSKY, 1994, p. 323). Portanto, defensável para os cientistas que ainda acreditam que as asserções empíricas devem ser verificáveis de alguma forma.

A preocupação de Bridgman na física e matemática foi com seus fundamentos. Porém não procurou refundá-las, mas apenas encontrar um modo de assegurar o significado de seus métodos e asserções, de modo a fechar caminho para possíveis inconsistências. Com a revolução relativística, pondo em cheque os conceitos de tempo e espaço absolutos (que não possuíam significado operacional), com o surgimento da mecânica quântica (e a introdução de conceitos definíveis apenas pelas suas propriedades) e com a existência de paradoxos na matemática (que punham em cheque modos de definição e métodos tradicionais de demonstração), a preocupação de Bridgman fazia muito sentido àquela época. Bridgman viu problemas na forma como os conceitos eram definidos e tentou, através da terapêutica operacional, evitar o uso de conceitos definidos do modo que ele entendia problemático. As perguntas importantes para Bridgman parecem ser as seguintes: o que fazer com a matemática e a física que estão aí? Como se relacionam a física e a matemática? Qual é o papel (se algum) de termos e conceitos não definíveis operacionalmente? Como explicar a matematização do mundo físico? etc.

A preocupação de Bridgman, nesse sentido, é notadamente diferente da de Brouwer, com respeito à matemática. Para Brouwer, a tarefa era refundar a disciplina, banindo tudo aquilo que não pudesse ser salvaguardado construtivamente. Bridgman certamente não tinha essa intenção, em particular, por aceitar nas teorias matemáticas termos não definidos operacionalmente. A intenção de Bridgman parece ter sido alertar para o perigo de tais definições na matemática, bem como na física. Porém, e isso é importante, apesar da restrição operacionalista excluir boa parte da matemática atual do campo do estritamente significativo, Bridgman soube encontrar um papel na Física para aquela matemática que, mesmo operacionalmente questionável, possui uma conexão (ainda que, talvez, apenas parcial) com os fatos empíricos. Isso inclui toda matemática útil ao físico e para qual se pudesse dar um sentido quase operacional via o conceito de operação com papel-e-caneta.

O preço a ser pago pela adoção da concepção operacional na matemática seria concebê-la como instrumento, útil apenas na medida em que se corresponder com a experiência. Para realistas e construtivistas em filosofia da matemática esse é um preço muito caro a ser pago. Ao matemático realista (por ex.), o operacionalismo não contribuiria com nada para o desenvolvimento da matemática. Ao contrário, faria enormes estragos, por rejeitar boa parte da matemática atual por falta de significado operacional. Porém, com um conveniente notório, a saber, elimina o excessivo construtivismo de concepções como do intuicionismo de Brouwer.

A proximidade com o pensamento de Brouwer na matemática foi possível apenas levando em consideração a equivalência que aparece no intuicionismo de Brouwer entre *verdade* e *demonstrabilidade intuitiva*. Para Brouwer, verdadeiro é aquilo demonstrável intuitivamente, e demonstrável intuitivamente é verdadeiro. Além disso, o conceito de "intuição" em Brouwer foi interpretado como "evidenciação/experienciação" dos objetos matemáticos. Dessa forma, a aproximação com o operacionalismo de Bridgman na interpretação matemática tornou-se evidente. Várias conseqüências também foram notáveis na interpretação lógica e matemática de ambos como: rejeição da validade em geral de princípios lógicos pela inexistência de demonstração das instâncias; rejeição do infinito atual e suas conseqüências na matemática; rejeição de provas importantes como o método da diagonal de Cantor; etc. Um argumento interessante é dado por Bridgman para sustentar sua filosofia restritivista na lógica e matemática, a saber, porque somos dotados de instrumentos limitados para fazer a descrição de nossas experiências físicas ou mentais, em particular, por utilizarmos linguagem e pensamento, instrumentos que não nos fornecem uma descrição adequada como gostaríamos. É necessário o uso de procedimentos operacionais para que a descrição seja a mais próxima possível de nossas experiências.

É notável também uma transformação do pensamento de Bridgman com o tempo, de forma tal que sua concepção jamais foi dada como acabada, mas sempre como um processo de ajustes e respostas a questões filosóficas e metodológicas. Esse processo acabou tornando o operacionalismo de Bridgman não mais como um *imperativo*, mas, sim, como um *desideratum*. O operacionalismo passou de uma metodologia necessária como pretendia o Bridgman jovem, para uma metodologia desejável ao cientista, a fim de evitar problemas e correções futuras. Dessa perspectiva, como queria Klimovsky, o operacionalismo pode ser perfeitamente defendido, mais como uma prática saudável, que uma postura filosófica estrita.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REFERÊNCIAS ESPECÍFICAS

BRIDGMAN, P. W.: *The Logic of Modern Physics.* Nova Iorque, The Macmillan Company, 1927.

________: *The Nature of Physical Theory.* Princeton, Princeton University Press, 1936.

________: *La Naturaleza de la Teoría Física.* Tradução de Carlos Prelat. Buenos Aires, Ibero-Americana Editorial, 1948.

________: *Reflections of Physicist.* Nova Iorque, Philosophical Library, 1950.

________: *The Way Things Are.* Nova Iorque, The Viking Press, 1959.

________: *The Nature of some of our Physical Concepts.* Nova Iorque, Philosophical Library, 1952.

________: *Philosophical Writings of Percy Williams Bridgman*. Nova Iorque, Arno Press, 1980. (reimpressão de 1936 e 1952).

________: *A Sophisticate's Primer of Relativity.* Nova Iorque, Dover, 1962.

________: *The Intelligent Individual and Society*. Nova Iorque, The Macmillan Company, 1938.

________: A Physicist's Second Reaction to Mengenlehre. In *Scripta Mathematica*, v. I, pp.101-117, 1934.

________: A Physicist's Second Reaction to Mengenlehre. In *Scripta Mathematica*, v. II, pp. 224-234, 1934.

________: Operational Analysis. In *Philosophy of Science*, v. 5, pp. 114-131, 1938.

________: Some General Principles of Operational Analysis. In *Psychology Review*, v. 52, pp. 246-249, 1945.

________: Some Implications of Recent Points of View in Physics. In *Review International of Philosophy*, v. 3, p. 484, 1949.

________: Einstein's Theories and the Operational Point of View. In *Library of Living Philosophers*, v. VII, Evaston, pp. 335-354, 1949.

________: The Operational Aspect of Meaning. In *Synthese*, v. 8, pp. 255-259, 1950/51.

________: Remarks on the Present State of Operationalism. In *Scientific Monthly*, v. 79, pp. 224-226, 1954.

REFERÊNCIAS GERAIS

BENACERRAF, P.: Mathematical Truth. In P. Benacerraf and H. Putnam (eds.) *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, Cambridge, Cambridge University Press, 1983.

BERGMANN, G.: Sense and Nonsense in Operationalism. In *Scientific Monthly*, v. 79, pp. 210-214, 1954.

________: Outline of an Empiricist Philosophy of Physics. In *American Journal of Physics*, v. 11, pp. 248-258, 1943.

BERNAYS, P.: On Platonism in Mathematics. In P. Benacerraf and H. Putnam (eds.) *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, Cambridge, Cambridge University Press, 1983.

________: The Philosophy of Mathematics and Hilbert's Proof Theory. In *From Brouwer to Hilbert.* Oxford, Oxford University Press, 1998.

BROUWER, L. E. J.: Intuitionism and Formalism. In P. Benacerraf and H. Putnam (eds.) *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, Cambridge, Cambridge University Press, 1983.

________: Consciousness, Philosophy and Mathematics. In P. Benacerraf and H. Putnam (eds.) *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, Cambridge, Cambridge University Press, 1983.

________: *Collected Works. Philosophy and Foundations of Mathematics*, v. 1, HEYTING, A. (ed.), Amsterdam, North-Holland, 1975 [1907].

________: On the Foundations of Mathematics [Tese de Doutorado, 1907]. In *Collected Works. Philosophy and Foundations of Mathematics*, v. 1, HEYTING, A. (ed.), Amsterdam, North-Holland, pp. 11-102, 1975 [1907].

________: The Unreliability of the Logical Principles. In *Collected Works. Philosophy and Foundations of Mathematics*. Vol. 1, HEYTING, A. (ed.), Amsterdam, North-Holland, pp. 107-111, 1975 [1907].

________: On Order in the Continuum, and the Relation of Truth to Non-Contradictority. In *Collected Works. Philosophy and Foundations of Mathematics*, v. 1, HEYTING, A. (ed.), Amsterdam, North-Holland, pp. 504-506, 1975 [1907].

________: *Brouwer Cambridge lectures on Intuitionism.* Cambridge, Cambridge University Press, 1981.

CARNAP, R.: Empiricism, Semantics, and Ontology. In P. Benacerraf and H. Putnam (eds.) *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, Cambridge, Cambridge University Press, 1983.

________: Testabilidade e Significado. In Coleção *Os Pensadores*, São Paulo, Abril Cultural, [1936-7] 1980.

________: *Philosophical Foundations of Physics.* Nova Iorque, Basic Books, 1966.

CHALMERS, A. F.: *O que é ciência afinal?* São Paulo, editora Brasiliense, 1993.

CHATEAUBRIAND, O.: *Logical Forms. Parte 1 – Truth and Description*. Campinas, ed. Unicamp/Coleção CLE, 2001.

CHIBENI, S. S.: Certezas e Incertezas sobre as Relações de Heisenberg. In *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 27, n. 2, pp. 181-192, 2005.

________. Descartes e o Realismo Científico. In *Reflexão*, n. 57, pp. 35-53, 1993, CHIHARA, C.: *Ontology and the Vicious-Circle Principle*. Londres, Cornell University, 1973.

CHURCH, A.: On the Law of The Excluded Middle. In *Bulletin of the American Mathematical Society*, v. 34, pp. 75-79, 1928.

DA SILVA, J. J.: *Sobre o Predicativismo em Hermann Weyl.* Campinas, ed. UNICAMP, 1989.

________: *Filosofias da Matemática*. São Paulo, ed. UNESP, 2007.

________: A Filosofia da Matemática de Poincaré. In *Século XIX: O Nascimento da Ciência Contemporânea.* Campinas, ed. UNICAMP, pp. 43-56, 1992.

________: Poincaré on Mathematical Intuition. In *Philosophia Scientiae*, pp. 88-99, 1994.

________: Wittgenstein on Irrational Numbers. In *Wittgenstein Philosophy of Mathematics*, v. 2, ed. Klaus Puhl, pp. 93-99, 1992.

DUMMETT, M.: The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic. In P. Benacerraf and H. Putnam (eds.) *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, Cambridge, Cambridge University Press, 1983.

________: *Truth and other Enigmas*. Londres, Gerald Ducnwoth & Company, 1978.

________: *La Verdad y Otros Enigmas.* Tradução de Alfredo Herrera Patiño. México D.F., Fondo de Cultura Económica, 1990.

________: El Realismo. In *La Verdad y Otros Enigmas.* México D.F., Fondo de Cultura Económica, 1990.

________: El Platonismo. In *La Verdad y Otros Enigmas.* México D.F., Fondo de Cultura Económica, 1990.

________: La Filosofía de las Matemáticas de Wittgenstein. México D.F., Fondo de Cultura Económica, 1990.

EINSTEIN, A.: *Notas Autobiográficas*. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, [1949] 1982.

________: Physics and Reality. *Journal of the Franklin Institute*, v. 221, pp. 349-382, 1936.

________: On the Method of Theoretical Physics. In *Philosophy of Science*, v. 1, p. 163, 1934.

EINSTEIN, A., LORENTZ, H., WEYL, H. & MINKOWSKI, H.: Os Fundamentos da Teoria da Relatividade Geral. In *O Princípio da Relatividade*. Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, [1916] 1978, pp. 141-215.

FEIGL, H.: The ‘Orthodox’ View of Theories: Remarks in defense as well as critique. In *Analyses of Theories and Methods of Physics and Psychology*. (*Minnesota studies in the Philosophy of Science IV*). Ed. RADNER, M. & WINOKUR, S. Mineápolis, University Minnesota Press, pp. 3-16, 1970.

________: *The Mental and the Physical*: *the essays and a postscript*. Minneapolis, Univ. de Minnesota, 1967.

________: Operationalism and Scientific Method. In *Psychological Review*, v. 52, pp. 250-259, 1945.

FEIGL, H. & SELLARS, W.: *Readings and Philosophical Analysis*. Nova Iorque, ACC, 1949.

FRANK, P.: *The Validation of Scientific Theories*. Boston, Beacon Press, 1956.

________: *Modern Science and its Philosophy*. Nova Iorque, George Braziller, 1935.

GIAQUINTO, M.: Hilbert’s Philosophy of Mathematics. In *British Journal for the Philosophy of Science,* v. 34, pp. 119-132, 1983.

GRÜNBAUM, A.: *Philosophical Problems of Space and Time*, Nova Iorque, Alfred A. Knopf, 1963.

________: Operationalism and Relativity. In *Scientific Monthly*, v. 79, pp. 228-232, 1954.

HAHN, H.: Lógica, Matemática y Conocimiento de la Naturaleza. In *El Positivismo Lógico*. AYER, A. J. (Org), México D.F., Fondo de Cultura Económica, pp. 153-165, 1965.

HEISENBERG, W.: The Physical Content of Quantum Kinematics and Mechanics. In: J.A. Wheeler and W.H. Zurek (eds), *Quantum Theory and Measurement*. Princeton, Princeton University Press, pp. 62-84, [1927], 1983.

________: *La imagen de la Naturaleza en la Física actual*. Barcelona, Planeta-De Agostini, 1993.

________: A descoberta de Plank e os Problemas Filosóficos da Física Atômica. In *Problemas da Física Moderna*, São Paulo, Perspectiva, 1969.

HEGENBERG, L.: *Definições: Termos Teóricos e Significado*. São Paulo, Cultrix, 1974.

________: O Operacionalismo de Bridgman. In *Revista Brasileira de Filosofia*, v. 13, n. 52, São Paulo, pp. 496-528, 1963.

________: O Operacionalismo de Bridgman. In *Revista Brasileira de Filosofia*, v. 14, n. 53, São Paulo, pp. 31-65, 1964.

HEMPEL, C. G.: *Filosofia da Ciência Natural*. Rio de Janeiro, Zahar, 1974.

________: On the Nature of Mathematical Reasoning. In P. Benacerraf and H. Putnam (eds.) *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, Cambridge, Cambridge University Press, 1983.

________: A Logical Appraisal of Operationism. In *Scientific Monthly*, v. 79, pp. 215-220, 1954.

HEYTING, A.: Intuitionism Foundations of Mathematics. In P. Benacerraf and H. Putnam (eds.) *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, Cambridge, Cambridge University Press, 1983.

HILBERT, D.: On the Infinite. In P. Benacerraf and H. Putnam (eds.) *Philosophy of Mathematics: Selected Readings,* Cambridge, Cambridge University Press, 1983.

KLIMOVSKY, G.: *Las Desventuras del Conocimiento Científico: Una Introducción a la Epistemología.* Buenos Aires, A.Z. editora, 1994.

LASSALLE CASANAVE, A.: Em torno da Interpretação Operacionalista do Programa de Hilbert. In *Manuscrito*, v. XXI, n. 1, Campinas, ed. UNICAMP, pp. 85-106, 1998.

________: Hilbert y el Empirismo Lógico. In *Revista de Filosofia,* v. XII, Buenos Aires, pp. 29-45, 1997.

LINDSAY, R. B.: A Critique of Operationalism in Physics. In *Philosophy of Science*, v. 4, pp. 456-470, 1937.

________: Operationalism in Physics. In *The Validation of Scientific Theories*, FRANK, P. (org), Boston, Beacon Press, pp. 67-74, [1954], 1956.

MACH, E.: *Space and Geometry.* Chicago, Open Court, 1906.

________: *The Science of Mechanics - a critical and historical account of its development*. La Salle: Open Court, 1960 [1883].

MADDY, P.: *Naturalism in Mathematics.* Oxford, Oxford University Press, 2000.

________: *Realism in Mathematics.* Oxford, Clarendon Press, 1987.

MANCOSU, P.: *From Brouwer to Hilbert.* Oxford, Oxford University Press, 1998.

MARGENAU, H.: Interpretations and Misinterpretations of Operationalism. In *The Validation of Scientific Theories,* FRANK, P. (org), Boston, Beacon Press, pp. 39-41, [1954], 1956.

________: Measurements in Quantum Mechanics. In *Annals of Physics*, v. 23, pp. 469-485, 1963b.
________: Philosophical Problems Concerning the Meaning of Measurement in Physics. In *Philosophy of Science*, v. 25, pp. 23-33, 1958.

MARTINS, R. A.: Visão Operacional de Conceitos e Medidas Físicas. In *Revista de Ensino de Física*, v. 4, Campinas, ed. UNICAMP, 1982.
________: Use and Violation of Operationalism in Relativity. In *Manuscrito*, v. 5 (2), Campinas, ed. UNICAMP, pp. 103-115, 1981.

MARION, M.: *Wittgenstein, Finitism, and the Foundations of Mathematics.* Oxford, Clarendon Press, 1998.
________: Wittgenstein and Brouwer. In *Synthese*, v. 137, pp. 103-127, 2003.

MOLINA, J. A. & LEGRIS, J.: *Lógica Intuicionista. Uma Abordagem Filosófica*. Pelotas, EDUCAT, 1997.

NAGEL, E.: *The Structure of Science: Problems in the Logic of Scientific Explanation*, Nova Iorque, Hancourt, Brace & World, 1961.

NEWTON, I.: *Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*, São Paulo, EDUSP, 1990.

PESSOA (Jr.), O.: A Visão Ortodoxa de Teorias: Comentários para a defesa assim como para a crítica. In *Scientie Studia*, v. 2, n. 2, São Paulo, ed. USP, pp. 259-263, 2004. (tradução de Feigl, 1970).
________: Erwin Schrödinger e o Princípio de Mach. In *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, v. 11, n. 2, Campinas, ed. UNICAMP, pp.131-152, 2001.

________: O Problema da Medição em Mecânica Quântica: um Exame Atualizado. In *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, v. 2, n. 2, Campinas, ed. UNICAMP, pp. 177-217, 1992.

POINCARÉ, H.: *Últimos Pensamentos.* Rio de Janeiro, Garnier, 1924.

________: *O Valor da Ciência.* Rio de Janeiro, Contraponto Editora, 1995.

________: *A Ciência e a Hipótese.* Brasília, Ed. UNB, 1984.

________: *Mathematics and Science.* Nova Iorque, Dover, 1963.

________: On the Nature of Mathematical Reasoning. In P. Benacerraf and H. Putnam (eds.) *Philosophy of Mathematics: Selected Readings,* Cambridge, Cambridge University Press, 1983.

POPPER K.: *A Lógica da Pesquisa Científica*. São Paulo, Cultrix, 14º ed., 2002.

POSY, C. J.: Brouwer's Constructivism. In *Synthese,* v. 27, pp. 125-159, 1974.

QUINE, W. V.: Truth by Convention. In P. Benacerraf and H. Putnam (eds.) *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, Cambridge, Cambridge University Press, 1983.

RUSSELL, B.: *Introdução à Filosofia da Matemática*. Rio de Janeiro, Jorge Zahar ed., 2007.

SCHIRN, M. (ed.): *The Philosophy of Mathematics Today*. Nova Iorque, Clarendon Press, 1998.

SCHLICK, M.: Meaning and Verification. In *The Philosophical Review*, v. 45, 1936.

SEEGER, R. J.: Beyond Operationalism. In *Scientific Monthly*, v. 79, pp. 226-227, 1954.

SHAPIRO, S.: *Thinking about Mathematics. The Philosophy of Mathematics.* Oxford, Oxford University Press, 2000.

SUPPE, F.: *The Structure of Scientific Theories*. Urbana, University of Illinois Press, pp. 1-241, [1973], 1977.

TENNANT, N.: *Anti-Realism and Logic.* Oxford, Clarendon Press, 1987.

VAN ATEN, M.: Brouwer as Never Read by Husserl. In *Synthese,* v. 137, pp. 03-19, 2003.

VAN FRAASSEN, B. C.: *The Scientific Image.* Oxford, Clarendon Press, 1980.

VAN STIGT, W. P.: *Brouwer's Intuitionism.* Amsterdam, North-Holland, 1990.

WALTER, M. L.: *Science and Cultural Crisis. An Intellectual Biografy of Percy Williams Bridgman.* Stanford, Stanford University Press, 1990.

WEINBERG, J. R.: *An Examination of Logical Positivism.* Nova Jersey, Littlefield, Adams, 1960.

WHITROW, G. J.: Operational Analysis and the Nature of some Physical Concepts. In *Nature,* v. 166, pp. 91-93, 1950.

WITTGENSTEIN, L.: *Remarks on the Foundations of Mathematics.* Cambridge, M.I.T. Press, 1967.

ÍNDICE REMISSIVO